

التمرين 1

لتكن (u_n) متتالية حسابية بحيث $u_0 = 4$ و $u_2 = 0$

1. بين أن أساس (u_n) هو $r = -2$

2. احسب u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$

3. احسب $S = u_5 + u_6 + \dots + u_{20}$

التنقيط

1

1

1

التمرين 2

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

1. بين بالترجع أن $u_n > 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

2. أ. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{2u_n+3}$

ب. أدرس رتبة المتتالية (u_n) ثم استنتج أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 < u_n \leq 2$

3. أ. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $(u_{n+1} - 1) \leq \frac{3}{5}(u_n - 1)$

ب. ثم استنتج $(u_n - 1) \leq \left(\frac{3}{5}\right)^n$

1.5

0.5

2

1

1

التمرين 3

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي :
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + \frac{n+2}{n(n+1)} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

1. احسب u_2

2. نضع $v_n = u_n + \frac{1}{n}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$

أ. بين $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$

ب. احسب v_n ثم u_n بدلالة n

3. نضع لكل n من $\mathbb{N}^*$: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = 2^{n+1} - S - 2$

0.5

2

2

1.5

التمرين 4

نضع $I : A(x) = 2 \cos^2(x) + 2 \cos(x) \sin(x)$

1. بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x) = \cos(2x) + \sin(2x) + 1$

2. بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $\sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(2x) + \sin(2x)$

3. استنتج أن لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + 1$

4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x) = 0$

II حل في المجال $[\pi; 2\pi]$ المتراجحة $\sin(x) \leq \frac{1}{2}$

1

0.5

0.5

1

2