

التمرين الأول: (2.25 نقط)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r بحيث: $u_3 = 11$ و $u_7 = 3$

(1) بين أن $r = -2$ ؛ ثم أحسب u_n بدلالة n . (1.5)

(2) أحسب المجموع: $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{20}$. (0.75)

التمرين الثاني: (9.75 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 3}{u_n + 5} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

(1) أحسب u_1 . (0.25)

(2) بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > -1$. (1)

(3) أ- بين أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 1)(u_n + 3)}{u_n + 5}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: (1)

ب- أدرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (1)

ج- استنتج أن: $-1 < u_n \leq 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: (0.5)

(4) لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n + 3}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:

أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وأحسب v_0 . (1.5)

ب- أحسب v_n بدلالة n . (1)

ج - بين أن: $u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: (1.5)

(3) أ- بين أن: $u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2}(u_n + 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: (1)

ب- استنتج أن: $u_n + 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: (1)

التمرين الثالث: (8 نقط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

نعتبر (C) مجموعة النقاط $M(x; y)$ بحيث: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$

(1) بين (C) دائرة مركزها $\Omega(1; -1)$ و شعاعها $R = \sqrt{5}$. (1.5)

(2) نعتبر في المستوى النقطتين $A(2; 1)$ و $B(4; -2)$.

أ- بين أن $A \in (C)$ و B توجد خارج الدائرة (C) . (1.5)

ب- حدد معادلة (T) مماس الدائرة (C) في النقطة A . (1)

(3) أ- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة: $x + 3y - 3 = 0$ يقطع الدائرة (C) في نقطتين مختلفتين E و F . (1)

ب- حدد إحداثيات كل من E و F . (1.5)

(4) حدد معادلتا المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للدائرة (C) المارين من النقطة $B(4; -2)$. (1.5)