التمرين الأول $(2\ pt)$

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ونعتبر النقط $A(1;3)$ و $B(-1;1)$ و $C(2;0)$

1. بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة : $x+y-2=0$ هو واسط القطعة $[AB]$ — $0,5\,pt$

وأن المستقيم (D') ذو المعادلة : $x-3y+3=0$ ، هو واسط القطعة $[AC]$ — $0,5\,pt$

2. حدد Ω نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (D') — $0,5\,pt$

3. احسب المسافة ΩA ثم استنتج معادلة ديكارتية للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC — $0,5\,pt$

التمرين الثاني $(10\ pt)$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n+4}{u_n+3}$

1. احسب u_1 و u_2 — $1\,pt$

2. أ- تحقق أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_{n+1}=3-\dfrac{5}{u_n+3}$ — $0,5\,pt$

ب- بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ 0<u_n<2$ — $1,5\,pt$

3. بين أن $u_{n+1}-u_n=\dfrac{4-u_n^2}{3+u_n}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) تزايدية — $1\,pt$

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_n=1-\dfrac{4}{u_n+2}$

a) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ ومحددا حدها الأول v_0 — $1,5\,pt$

b) أحسب v_n بدلالة n — $1\,pt$

c) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ u_n=2\left(\dfrac{1+v_n}{1-v_n}\right)$ ثم استنتج صيغة الحد العام u_n بدلالة n — $1\,pt$

d) أحسب المجموع : $S_n=v_0+\cdots+v_n$ بدلالة n — $1\,pt$

e) اكتب $\dfrac{1}{u_k+2}$ بدلالة v_k حيث $k\in\mathbb{N}$ ثم استنتج صيغة المجموع : — $1,5\,pt$

$W_n=\dfrac{1}{u_0+2}+\dfrac{1}{u_1+2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n+2}$ بدلالة n

التمرين الثالث $(8\ pt)$

1) نضع لكل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=3\sin x-\sqrt{3}\cos x$

a) بين أن : $P(x)=2\sqrt{3}\cos\left(x-\dfrac{2\pi}{3}\right)$ — $2\,pt$

b) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=\sqrt{3}$ — $1,5\,pt$

c) استنتج حلول المعادلة $P(x)=\sqrt{3}$ في المجال $[-\pi;\pi[$ — $1\,pt$

2) ليكن x عددا حقيقيا . ونضع : $f(x)=\cos x.\cos 2x.\cos 4x$

a) بين أن : $\sin x.f(x)=\dfrac{1}{8}\sin 8x$ (نذكر أن $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$) — $1,5\,pt$

b) استنتج أن $f\left(\dfrac{\pi}{7}\right)=-\dfrac{1}{8}$ و أن $f\left(\dfrac{\pi}{9}\right)=\dfrac{1}{8}$ (لاحظ أن $\dfrac{8\pi}{7}=\pi+\dfrac{\pi}{7}$ و $\dfrac{8\pi}{9}=\pi-\dfrac{\pi}{9}$) — $2\,pt$