

فرض محروس 3

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r \neq 0$ و $U_0 = 4$ وبحيث U_1 ; U_4 ; U_{12} حدود متتابعة لمتتالية هندسية

1. بين أن الأساس $r = 5$

2. أحسب الجمع $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{12}$

التمرين الثاني

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفتين بما يلي :
$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{2(2U_n - V_n + 2)}{3} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \frac{5V_n - U_n + 2}{3} \end{cases}$$

ونضع $a_n = U_n - 2V_n$ و $b_n = U_n + V_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. أحسب U_1 ; V_1

2. أ. بين أن $(a_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$

ب. أحسب الحد العام a_n بدلالة n

ج. أحسب الجمع $S_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$ بدلالة n

3. أ. بين أن $(b_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$

ب. أحسب الحد العام b_n بدلالة n

ج. أحسب الجمع $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ بدلالة n

4. استنتج مما سبق تعبير كل من U_n ; V_n بدلالة n

فرض محروس 3

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية وبحيث $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} = \frac{2n^2 + n}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. أحسب U_0 و U_1

2. حدد U_n بدلالة n

التمرين الثاني

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفتين بما يلي :
$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{13U_n - V_n}{12} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} V_0 = 7 \\ V_{n+1} = \frac{3V_n + U_n}{4} \end{cases}$$

ونضع $W_n = V_n - U_n$ و $t_n = 3U_n - V_n$

1. أحسب U_1 ; V_1

2. أ. بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$

ب. أحسب الحد العام W_n بدلالة n

ج. أحسب الجمع $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$ بدلالة n

3. أ. بين أن $(t_n)_n$ متتالية ثابتة

ب. حدد قيمة المتتالية $(t_n)_n$

4. استنتج مما سبق تعبير كل من U_n ; V_n بدلالة n

5. بين أن $U_1 + U_2 + \dots + U_n = 4n + 5 - 5\left(\frac{5}{6}\right)^n$