

Correction

Exercice 1 :

1-

1-1- Niveau de référence : le point de lancement de la pierre

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus haute (point A).

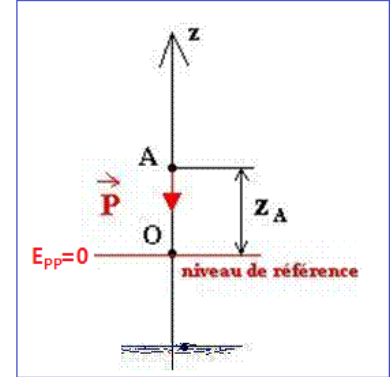
$$E_{ppA} = mgz_A = 0,07 \times 10 \times 10 = 7,0 J$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus basse (point B).

$$E_{ppB} = mgz_B = 0,07 \times 10 \times (-2) = -1,4 J$$

Variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 7,0 - (-1,4) = 8,4 J$$



1-2- Niveau de référence : le point de surface de l'eau

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point A.

$$E_{ppA} = mgz_A = 0,07 \times 10 \times 12 = 8,4 J$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point B (état de référence).

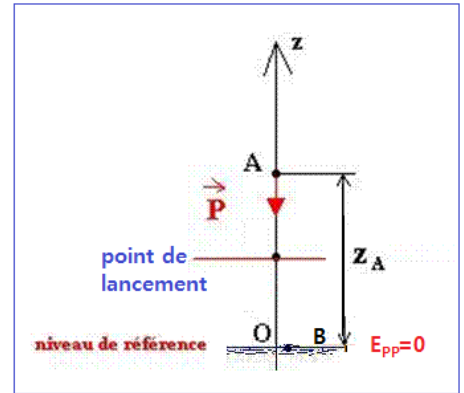
$$E_{ppB} = mgz_B = 0$$

Variation d'énergie potentielle :

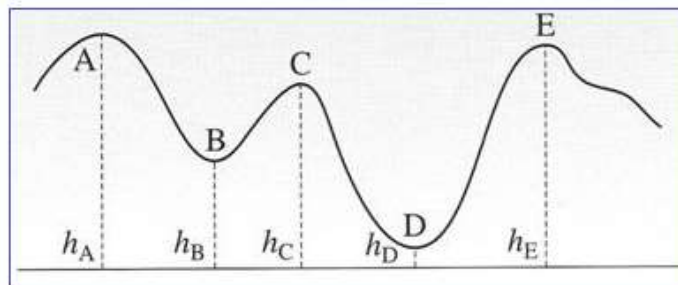
$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 8,4 - 0 = 8,4 J$$

2- Conclusion :

La variation de l'énergie potentielle ne dépend pas de l'état de référence contrairement à l'énergie potentielle.



Exercice 2 :



La variation d'énergie potentielle de pesanteur de wagon passant :

$$1- \Delta E_{pp A \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg(h_B - h_A) = 65 \times 10 \times (10 - 20) = -6500 J$$

$$2- \Delta E_{pp\ B \rightarrow C} = -W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = mg(h_C - h_B) = 65 \times 10 \times (15 - 10) = 3250\ J$$

$$3- \Delta E_{pp\ A \rightarrow D} = -W_{A \rightarrow D}(\vec{P}) = mg(h_D - h_A) = 65 \times 10 \times (5 - 20) = -9750\ J$$

$$4- \Delta E_{pp\ A \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow E}(\vec{P}) = mg(h_E - h_A) = 65 \times 10 \times (18 - 20) = -1300\ J$$

Exercice 3 :

1- L'énergie potentielle de pesanteur E_{ppA}

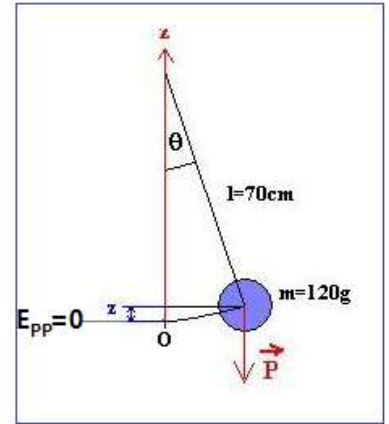
Choisissons un repère Oz orienté vers le haut

$$E_{pp} = mgz$$

Au point A, l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppA} , s'écrit :

$$E_{ppA} = mgz_A = mgl(1 - \cos\theta)$$

$$E_{ppA} = 0,12 \times 10 \times 0,7 \times (1 - \cos 20^\circ) = 0,0506\ J$$



2- Calculons l'angle θ' pour que $E_{ppB} = 2E_{ppA}$

$$E_{ppB} = 2E_{ppA}$$

$$mgl(1 - \cos\theta') = 2mgl(1 - \cos\theta)$$

$$1 - \cos\theta' = 2 - 2\cos\theta$$

$$\cos\theta' = 2\cos\theta - 1$$

$$\cos\theta' = 2\cos(20^\circ) - 1 = 0,879$$

$$\theta' = 28,5^\circ$$

Exercice 4 :

$$m = 20\ tonnes = 20\ 000\ kg \quad ; \quad V = 540\ km/h = \frac{540\ 000}{3600} = 150\ m/s$$

Energie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z = mgh \Rightarrow E_{pp} = 20\ 000 \times 10 \times 300 = 60,0 \cdot 10^6\ J$$

Energie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \times 20\ 000 \times 150^2 = 225,0 \cdot 10^6\ J$$

Energie mécanique

$$E_m = E_c + E_{pp} \Rightarrow E_m = 60,0 \cdot 10^6 + 225,0 \cdot 10^6 = 285,0 \cdot 10^6\ J$$

Exercice 5 :

1- L'énergie cinétique initiale de la voiture

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \times 800 \times \left(\frac{60}{3,6}\right)^2 = 1,11.10^5 \text{ J}$$

2- L'énergie perdue par la voiture lors de son arrêt

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\Delta E_m = E_{cf} - E_{ci} = 0 - E_c = -1,11.10^5 \text{ J}$$

Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur.

Exercice 6 :

1- La hauteur atteinte par la bille

L'état de référence de l'énergie de potentielle ($E_{pp} = 0$)

est choisi au point de départ O

($z_O = 0$).

L'énergie mécanique au point O :

$$E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O) = \frac{1}{2} m \cdot V_O^2 + 0$$

L'énergie mécanique au point S sommet de la trajectoire :

$$E_m(S) = E_c(S) + E_{pp}(S) = 0 + m \cdot g \cdot z_S$$

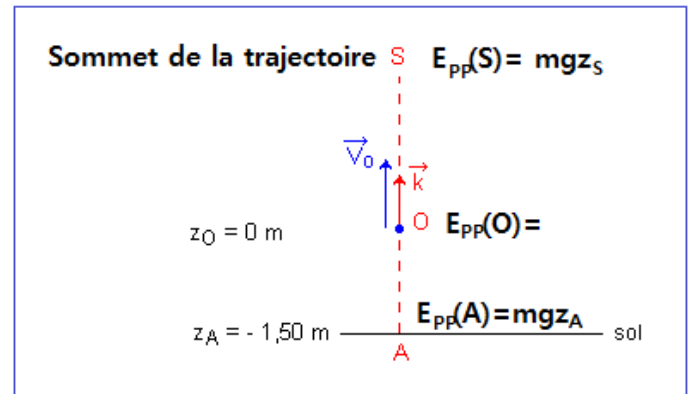
En absence de frottement l'énergie mécanique de la bille se conserve.

$$E_m(O) = E_m(S)$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_O^2 = m \cdot g \cdot z_S$$

$$z_S = \frac{V_O^2}{2g}$$

$$z_S = \frac{10^2}{2 \times 9,80} = 5,10 \text{ m}$$



2- La vitesse de cette bille lorsqu'elle frappe le sol

Le point A situé sur le sol à 1,50 m au-dessous de point de départ

L'énergie mécanique au point A :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2} m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot z_A$$

L'énergie mécanique de la balle se conserve.

$$E_m(O) = E_m(A)$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_O^2 = \frac{1}{2} m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot z_A$$

$$V_A^2 + 2g \cdot z_A = V_O^2$$

$$V_A = \sqrt{V_O^2 - 2gz_A}$$

$$V_A = \sqrt{10^2 - 2 \times 9,8 \times (-1,50)} = 11,37 \text{ m/s}$$

Remarque

Puisque la balle descend, le vecteur $\vec{V}_A$ a une ordonnée négative sur l'axe Oz orienté vers le haut ; on écrit : $V_A = -11,37 \text{ m/s}$

Exercice 7 :

1- Les hypothèses du modèle de la chute libre

La balle n'est soumise qu'à son poids (on néglige les forces de frottement), l'énergie mécanique se conserve.

2- La variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

Le sol est choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur $E_{ppf} = 0$

$$E_{ppi} = mgh$$

$$\Delta E_{pp} = -mgh \Rightarrow \Delta E_{pp} = -45 \times 10^{-3} \times 10 \times 10 = -4,5 \text{ J}$$

3- La variation de l'énergie cinétique de la balle

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = W_{i \rightarrow f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_{pp} = -W_{i \rightarrow f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pp} = 4,5 \text{ J}$$

4- La valeur de l'énergie cinétique de la balle lorsqu'elle arrive au sol

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf} - 0$$

$$E_{cf} = \Delta E_c = 4,5 J$$

La vitesse V lorsque la balle arrive au sol

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2E_{cf}}{m}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 \times 4,5}{45 \times 10^{-3}}} = 14,14 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 8 :

1- Lorsque cette pomme est accrochée dans le pommier :

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \times 0,150 \times 0^2 = 0 J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp} = mgz = 0,150 \times 10 \times 3 = 4,5 J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4,5 J$$

2- la pomme se détache et arrive au sol avec une vitesse de valeur $V = 7,75 \text{ m.s}^{-1}$

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \times 0,150 \times 7,75^2 = 4,5 J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur : (état de référence $E_{pp} = 0$)

$$E_{pp} = mgz = 0,150 \times 10 \times 0 = 0 J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4,5 J$$

3- Les transformations énergétiques ont eu lieu au cours de cette chute libre :

L'énergie potentielle s'est transformée en énergie cinétique tel que : $\Delta E_{pp} = -\Delta E_c$

4- La hauteur de chute de cette pomme si elle arrivait au sol avec une vitesse de valeur $V' = 9,9 \text{ m.s}^{-1}$

L'énergie mécanique se conserve lors de la chute libre : $E_{mf} = E_{mi}$

$$E_{cf} + E_{ppf} = E_{ci} + E_{ppi}$$

$$0 + mgh' = \frac{1}{2}m.V'^2 + 0$$

$$h' = \frac{V'^2}{2g} \Rightarrow h' = \frac{9,9^2}{2 \times 10} = 4,9 \text{ m}$$

Exercice 9 :

1- Calculons l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre :

a- avant qu'elle ne tombe :

$E_{pp} = m.g.z + C$ L'origine des énergies potentielles

$$E_{pp1} = m.g.z_1 = 0,20 \times 10 \times 5 \times 3 = 30 \text{ J}$$

b- quand-elle tombe sur la tête d'Ahmed

$$E_{pp2} = m.g.z_2 = 0,20 \times 10 \times 1,80 = 3,6 \text{ J}$$

c- quand-elle arrive sur le sol : (état de référence)

$$E_{pp} = m.g.z = 0 \text{ J}$$

2- Calculer la variation de l'énergie potentielle lorsque la pierre passe du cinquième étage au deuxième étage :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

$$\Delta E_{pp} = m.g.z_f - m.g.z_i = m.g(z_f - z_i)$$

$$\Delta E_{pp} = 0,20 \times 10 \times (3 \times 2 - 3 \times 5) = -18 \text{ J} < 0$$

Explication du signe négatif

La pierre perd de l'énergie potentielle lors de la descente sa variation est négative.

Exercice 10 :

1- la vitesse du cube au point B :

Sur la partie AB les frottements sont négligeables, d'après la conservation de l'énergie mécanique n écrit :

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + m \cdot g \cdot z_B$$

$$V_B^2 = V_A^2 + 2gr(1 - \cos\alpha)$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gr(1 - \cos\alpha)}$$

$$V_B = \sqrt{6^2 + 2 \times 10 \times 2,8(1 - \cos 60)} = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

2- Calculons f en appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_C = E_{cC} - E_{cB} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}_N) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - f \cdot BC$$

$$f = \frac{mV_B^2}{2BC} = \frac{0,2 \times 8^2}{2 \times 8} = 0,8 \text{ N}$$

Exercice 11 :

Détermination de la longueur $L=AC$:

Puisque les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique se conserve.

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

On choisit l'état de référence le plan horizontale HA qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = 0 + mgz_C$$

$$L = \frac{V_0^2}{2g \sin \alpha} \Rightarrow L = \frac{8,00^2}{2 \times 10 \times \sin 20,0^\circ} = m$$

Exercice 12 :

1- La vitesse V_B :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B :

$$\Delta E_C = E_{cB} - E_{cA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgAB \cdot \sin \alpha + 0 - f \cdot AB$$

$$V_B^2 = \frac{2(mgAB \cdot \sin \alpha - f \cdot AB)}{m}$$

$$V_B = \sqrt{2(g \cdot AB \cdot \sin \alpha - \frac{f \cdot AB}{m})}$$

$$V_B = \sqrt{2(10 \times 1,2 \times \sin 30^\circ - \frac{0,3 \times 1,2}{0,2})} = 2,9 \text{ m.s}^{-1}$$

La vitesse V_C :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C :

$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}_N) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = 0 + 0 - f \cdot BC$$

$$V_C^2 = V_B^2 - \frac{2f \cdot BC}{m}$$

$$V_C = \sqrt{2,9^2 - \frac{2 \times 0,3 \times 1,2}{0,2}} = 2,2 \text{ m.s}^{-1}$$

2- La distance CD :

On choisit l'état de référence le plan horizontale BC qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$$\Delta E_m = E_{mD} - E_{mC} = W_{C \rightarrow D}(\vec{R})$$

$$E_{cD} + E_{ppD} - E_{cC} - E_{ppC} = W_{C \rightarrow D}(\vec{R}_N) + W_{C \rightarrow D}(\vec{f})$$

$$0 + mgCD \sin \alpha - \frac{1}{2} m V_C^2 - 0 = -f \cdot CD$$

$$CD = \frac{m V_C^2}{2(mg \sin \alpha + f)}$$

$$CD = \frac{0,2 \times 2,2^2}{2 \times (10 \times 0,2 \times \sin 30^\circ + 0,3)} = 0,37 \text{ m}$$

3- la distance CG parcourue par le mobile sur la partie BC :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points D et G :

$$\Delta E_C = E_{CG} - E_{CD} = W_{D \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow G}(\vec{P}) + W_{D \rightarrow G}(\vec{R}_N) + W_{D \rightarrow C}(\vec{f}) + W_{C \rightarrow G}(\vec{f})$$

$$0 - 0 = mgCD \cdot \sin \alpha + 0 + 0 - f \cdot CD - f \cdot CG$$

$$CG = CD \left(\frac{mg \cdot \sin \alpha}{f} - 1 \right)$$

$$CG = 0,37 \times \left(\frac{0,2 \times 10 \times \sin 30^\circ}{0,3} - 1 \right) = 0,86 \text{ m}$$

La distance totale parcourue par le mobile depuis son point de départ A

$$d = AB + BC + CD + DC + CG = 2AB + 2CD + CG$$

$$d = 2 \times (1,2 + 0,37) + 0,86 = 4,00 \text{ m}$$

Exercice 13 :

1- L'énergie mécanique du solide :

Les frottements sont négligeables l'énergie mécanique du S se conserve.

$$\begin{aligned} E_m &= E_{mA} = \underbrace{E_{cA}}_{=0} + E_{ppA} = mg(h + r) \\ &= 0,1 \times 10 \times (1 + 0,2) = 1,2 \text{ J} \end{aligned}$$

2- La vitesse du solide V_O au passage en O :

$$\begin{aligned} E_{mO} &= E_{mA} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot V_O^2 + mgr = mg(h + r) \\ \frac{1}{2} V_O^2 &= g \cdot h \Rightarrow V_O = \sqrt{2g \cdot h} \end{aligned}$$

$$V_O = \sqrt{2 \times 10 \times 0,2}$$

$$V_O = 2 \text{ m/s}$$

3- L'expression de la vitesse V du solide en un point M :

$$E_{mM} = E_{mO} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot V^2 + mgr \cos \theta = mg(h + r)$$

$$V^2 = 2g(h + r(1 - \cos \theta)) \Rightarrow V = \sqrt{2g[r(1 - \cos \theta) + h]}$$

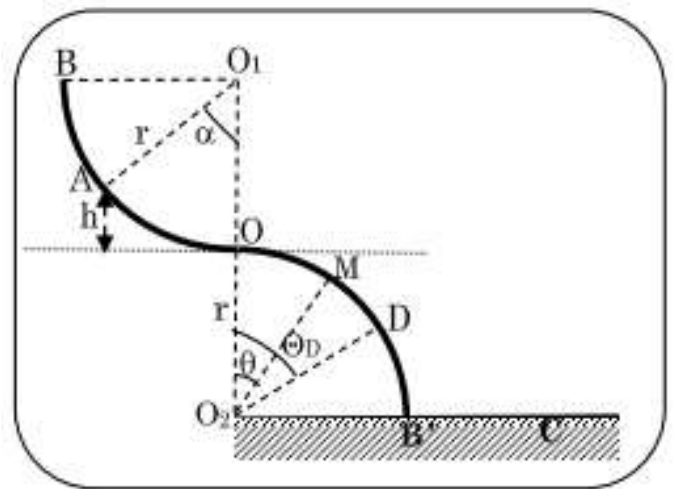
4- La valeur numérique θ_D et celle de V_D vitesse du S au point D :

Au point D le solide S perd le contact avec la gouttière c'est-à-dire $R=0$

$$mg \cdot \left(\cos \theta_D - \frac{V_D^2}{r \cdot g} \right) = 0$$

$$\cos \theta_D = \frac{V_D^2}{r \cdot g}$$

$$\cos \theta_D = \frac{2g[r(1 - \cos \theta_D) + h]}{r \cdot g}$$



$$\begin{aligned}\cos\theta_D &= \frac{2[r(1 - \cos\theta_D) + h]}{r} \\ r\cos\theta_D &= 2r - 2r\cos\theta_D + 2h \\ 3r\cos\theta_D &= 2(r + h) \\ \cos\theta_D &= \frac{2(r + h)}{3r} = \frac{2(1 + 0,2)}{3 \times 1} = 0,8 \\ \theta_D &= 36,87^\circ\end{aligned}$$

Calculons la vitesse V_D :

$$\begin{aligned}V_D &= \sqrt{2g[r(1 - \cos\theta_D) + h]} \\ V_D &= \sqrt{2 \times 10[1 \times (1 - 0,8) + 0,2]} = 2,05 \text{ m.s}^{-1}\end{aligned}$$

5- La vitesse du solide quand-il touche le sol :

$$\begin{aligned}E_{mC} &= E_{mA} \Rightarrow \frac{1}{2}m.V_C^2 + 0 = mg(h + r) \\ V_C^2 &= 2g(h + r) \\ V_C &= \sqrt{2g(h + r)} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 + 0,2)} = 4,90 \text{ m.s}^{-1}\end{aligned}$$