

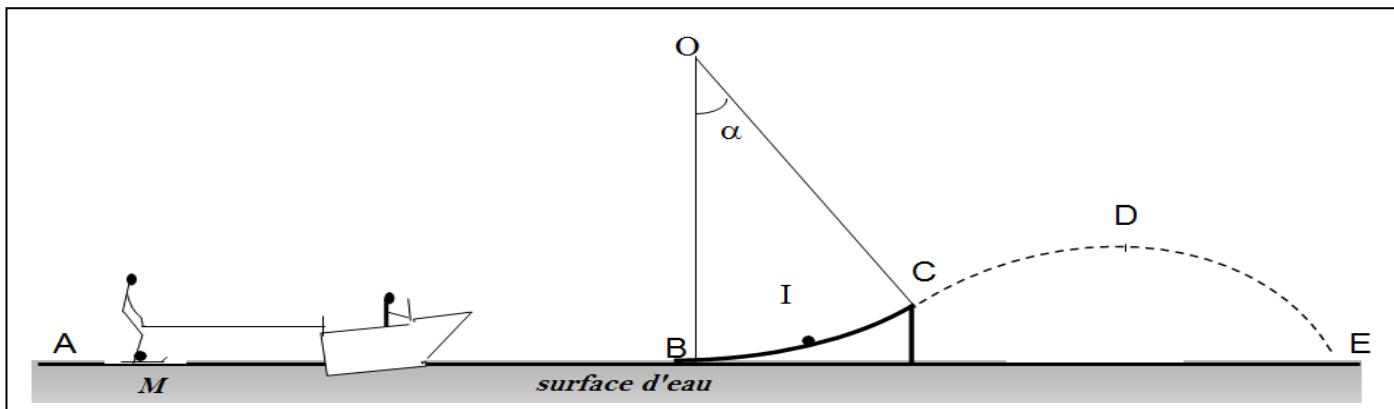
3- Travail et énergie cinétique

Série 2

EXERCICE 1 :

Un skieur de masse $m = 100 \text{ kg}$ (équipement compris) est tiré par un bateau à l'aide d'une corde parallèle à la surface de l'eau.

Données : $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$; $L = AB = 200 \text{ m}$; $\alpha = 30^\circ$; $OB = OC = 15 \text{ m}$



Dans tout le problème, par souci de simplification on représentera le système {skieur + skis} par un point matériel M situé au niveau des skis.

1^{ère} étape (trajet horizontal AB) :

Le skieur démarre sans vitesse initiale du point A . Il est tracté par la force \vec{F} constante et l'ensemble des forces de frottement est représenté par la force horizontale \vec{f} d'intensité $f = 100 \text{ N}$.

Après un parcours de $AB = L = 200 \text{ m}$, le skieur atteint une vitesse $v_B = 20 \text{ m.s}^{-1}$.

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le système {skieur+skis} .
2. Enoncé le théorème de l'énergie cinétique.
3. Exprimer les travaux des forces s'exerçant sur le système .
4. En déduire l'expression la force de traction \vec{F} en fonction de m , L , f , v_B . Calculer F .

2^{ème} étape (trajet BC) :

Le skieur lâche la corde en B et parcourt, sans frottement, le tremplin circulaire BC de centre O de rayon $OB = 15 \text{ m}$.

Le rayon OC fait un angle de 30° avec la verticale passante par O .

1. Exprimer la hauteur h acquise en haut du tremplin en fonction de OB et α .
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse v_C du skieur au point C en fonction de v_B , α , g et OB . Calculer v_C .

3^{ème} étape (trajet CE) :

Le skieur effectue un saut et retombe sur ses skis au point E .

On prendra la vitesse du skieur au point C est : $v_C = 19 \text{ m.s}^{-1}$.

- La valeur de la vitesse au point D vaut $v_D = 14 \text{ m.s}^{-1}$. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déduire la hauteur du point D au dessus du plan d'eau en fonction des données de l'énoncé, puis calculer sa valeur.
- Déterminer la vitesse au point E .

CORRECTION

Etude de la 1ère étape:

- Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, le système skieur+skis est soumis à 4 forces :

- le poids \vec{P}
- la réaction normale \vec{R}_N
- la traction du bateau \vec{F}
- la force de frottement \vec{f}

- Théorème de l'énergie cinétique : la variation de l'énergie cinétique d'un système en translation entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures exercées sur le système.

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

- Les travaux du poids et de la réaction normale sont nuls car les forces sont perpendiculaires au déplacement.

$$W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$$

$$W(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cos 180^\circ = -f \cdot L$$

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cos 0^\circ = F \cdot L$$

- D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = F \cdot L - f \cdot L$

Comme $v_A = 0$ on obtient

$$F = \frac{mv_B^2}{2L} + f$$

- AN : $F = \frac{100 \times 20^2}{2 \times 200} + 100 = 200 \text{ N}$

Etude de la 2ème étape :

- Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, le système skieur+skis est soumis à 2 forces :
 - le poids \vec{P}
 - la réaction normale \vec{R}_N

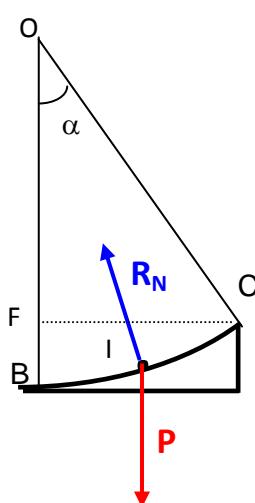
- La hauteur h acquise en haut du tremplin correspond à :

$$h = FB = OB - OF$$

$$\cos \alpha = \frac{OF}{OC} = \frac{OF}{OB} \quad \text{soit} \quad OF = OB \cos \alpha$$

On obtient finalement

$$h = OB(1 - \cos \alpha)$$



3) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N)$$

avec $W(\vec{R}_N) = 0$ car la réaction normale est perpendiculaire au déplacement

et $W(\vec{P}) = -mgh$ car le travail est résistant

On obtient donc : $v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gOB(1-\cos\alpha)}$

$$4) AN : v_C = \sqrt{20^2 - 2 \times 10 \times 15 \times (1 - \cos 60^\circ)} = \sqrt{400 - 20 \times 2} = \sqrt{360} = 19 m.s^{-1}$$

Etude de la 3^{ème} étape :