Correction

II- Volant cylindrique en fonte $m = 1$ tonne $= 10^3$ kg $R = 1$ m. $N = 300$ tr/min $= 5$ tr/s

1. Moment d'inertie : $J = \frac{1}{2} m R^2$ $J = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 1^2$ $J = 500$ kg.m²

Vitesse angulaire : $\omega = 2\pi n$ $\omega = 2\pi \times 5$ $\omega = 10\pi$ rad/s

Énergie cinétique : $E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$ $E_C = \frac{1}{2} \times 500 \times (10\pi)^2$ **$E_C \approx 246{,}74$ kJ**

2. Le volant effectue un travail et ralentit jusqu'à 120 tr.min⁻¹. $N_f = 2$ tr.s^{-1}

<u>Théorème de l'énergie cinétique</u> : la somme des travaux est égale à la variation d'énergie cinétique.

Calcul de la variation d'énergie cinétique :

Énergie cinétique finale : $E_{Cf} = \frac{1}{2} J \omega_f^2$

<u>A.N.</u>: $E_{Cf} = \frac{1}{2} \times 500 \times (2\pi \times 2)^2$ **$E_{Cf} \approx 39{,}478$ kJ**

Variation d'énergie cinétique : □$E_C = E_{Cf} - E_C$

<u>A.N.</u>: □$E_C \approx 39{,}478 - 246{,}74$ **□$E_C \approx - 207{,}262$ kJ**

Le travail de la force résistante (d'où le moins) est égal à cette variation : **W (□) ≈ - 207,262 kJ**

3. Décélération en 2 secondes

Décélération du volant : $\omega' = \frac{\omega_f - \omega}{t}$ $\omega' = \frac{2\pi N_f - 2\pi N}{t} = \frac{2\pi (N_f - N)}{t}$

<u>A.N.</u>: $\omega' = \frac{2\pi(2-5)}{2}$ **$\omega' \approx - 9{,}425$ rad/s**

Nombre de tours effectués : $\theta = \frac{1}{2} \omega' t^2$ (formule donnée)

<u>A.N.</u>: $\theta = \frac{1}{2} \times 9{,}425 \times 2^2$ **$\theta \approx 18{,}850$ rad**

4. Moment du couple résistant : W(M(□)) = M θ d'où $M = \frac{W(M(F))}{\theta}$

<u>A.N.</u>: $M \approx \frac{207{,}262.10^3}{18{,}850}$ **$M \approx 10\,995$ Nm**

III- Rotor d'un appareil ménager : cylindre plein homogène $N = 50$ tr.s^{-1} $m = 0{,}2$ kg ; $R = 3$ cm

1. Moment d'inertie $J = \frac{1}{2} m R^2$ $J = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times (3.10^{-3})^2$ **$J = 9.10^{-7}$ kg.m²**

2. Énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$ $E_C = \frac{1}{2} \times 9.10^{-7} \times (2\pi \times 50)^2$ **$E_C \approx 44{,}4$ mJ**

3. 50 tours pour atteindre ce régime.

La variation d'énergie cinétique depuis le démarrage est donc égale à 44,4 mJ.

Cette valeur correspond au travail du moment du couple moteur.

L'angle balayé pendant cette phase est : $\theta = 50 \times 2\pi$ rad

$W(M) = M\,\theta$ d'où $M = \dfrac{W(M)}{\theta}$ A.N.: $M \approx \dfrac{44{,}4.10^{-3}}{50 \times 2\,\pi}$ $M \approx 141.10^{-3}$ Nm

IV- Une poutre de 3 m de longueur et de masse 10 kg, homogène, tient verticalement en équilibre instable. On la pousse avec une vitesse négligeable et elle bascule autour de son extrémité inférieure.

On admettra que le moment d'inertie par rapport à l'axe est : $J = \dfrac{m\,L^2}{3}$.

Calculer son énergie cinétique et la vitesse de son centre de masse lorsqu'elle arrive au sol.

La poutre est homogène : son centre d'inertie est à mi-longueur. $z_1 = 1{,}5$ m

État initial (poutre verticale)

$E_{P1} = m\,g\,z_1$ $E_{P1} = 10 \times 9{,}8 \times 1{,}5$ $E_{P1} \approx 147$ J

$E_{C1} = \dfrac{1}{2} J\,\omega_1^2$ $E_{C1} = 0$

État final (poutre horizontale)

$E_{P2} = 0$

$E_{C2} = \dfrac{1}{2} J\,\omega_2^2$ avec $J = \dfrac{m\,L^2}{3}$ $J = \dfrac{10 \times 3^2}{3}$ $J = 30$ kg.m²

Seul le poids travail. Il y a conservation de l'énergie mécanique : $E_{m1} = E_{m2}$ d'où $E_{P1} = E_{C2}$

ce qui donne : $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{2\,E_{C2}}{J}}$ A.N.: $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{2 \times 147}{30}}$ $\omega_2 \approx 3{,}13$ rad/s

Vitesse du centre de masse : $v_2 = \dfrac{L}{2}\,\omega_2$ A.N.: $v_2 = \dfrac{3}{2} \times 3{,}13$ $v_2 \approx 4{,}7$ m/s