Travail et énergie cinétique

I-Energie cinétique :

1)Energie cinétique d'un corps solide en translation :

L'énergie cinétique d'un corps solide de masse m et de vitesse v en mouvement de translation est donné par la relation suivante:

$$E_c = \frac{1}{2}.mv^2$$

E_c : énergie cinétique en (J)
m: masse du corps en (kg)
v: vitesse du corps en (m/s)

2)Energie cinétique d'un corps solide en rotation :

On considère un corps solide en rotation autour d'un axe fixe avec une vitesse angulaire ω , donc tous ses points sont en rotation avec la même vitesse angulaire et chaque point a sa vitesse linéaire $v_i = r_i.\omega_i$.

L'énergie cinétique de l'ensemble de tous les points matériel du corps est donnée par la relation suivante:

$$Ec = \Sigma Eci$$
$$.... = Ec_1 + Ec_2 + Ec_3 + ... + Ec_n$$
$$..... = \frac{1}{2}.m_1 v_1^{\ 2} + \frac{1}{2}.m_2 v_2^{\ 2} + \frac{1}{2}.m_3 v_3^{\ 2} + ... + \frac{1}{2}.m_n v_n^{\ 2}$$
$$..... = \frac{1}{2}.m_1(r_1.\omega)^2 + \frac{1}{2}.m_2(r_2.\omega)^2 + \frac{1}{2}.m_3(r_3.\omega)^2 + ... + \frac{1}{2}.m_n(r_n.\omega)^2$$
$$= \frac{1}{2}.\omega^2\left[m_1.r_1^{\ 2} + .m_2.r^2 + m_3.r_3.^2 + ... + .m_n.r_n^{\ 2}\right]$$
$$= \frac{1}{2}.\omega^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i.r_i^{\ 2}$$

En posant : $J_\Delta = \Sigma m_i.r_i^{\ 2}$ en (kg.m²)

J_Δ : Moment d'inertie du corps solide par rapport à l'axe Δ

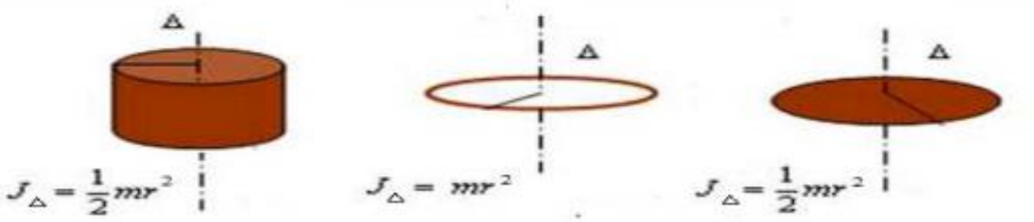
Par conséquence : l'énergie cinétique d'un corps solide en rotation autour d'un axe Δ est donnée par la relation:

$$E_c = \frac{1}{2}J_\Delta \omega^2$$

E_c: énergie cinétique d'un corps en mvt de rotation en (J).
J_Δ : moment d'inertie du corps solide en (kg.m²)
ω : vitesse angulaire en (rad/s)

Moment d'inertie de quelques corps solide:

le cylindre — l'anneau — le disque

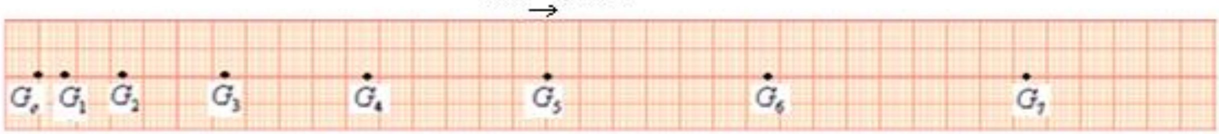


II-Théorème de l'énergie cinétique :

1) Activité expérimentale:

On libère un autoporteur de masse m=700g du haut d'une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale sans vitesse initiale ,il glisse sans frottement .On enregistre pendant des intervalles de temps successifs et égaux les positions de son centre d'inertie G et on obtient l'enregistrement suivant:

sens du mvt →



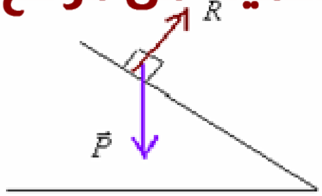
$G_6G_7 = 39mm$ ، $G_5G_6 = 33mm$ ، $G_4G_5 = 27mm$ ، $G_3G_4 = 21mm$ ، $G_2G_3 = 15mm$ ، $G_1G_2 = 9mm$ ، $G_0G_1 = 3mm$

1) Donner le bilan des forces qui s'exercent sur l'autoporteur puis représenter les (sans échelle).
2) Donner l'expression du travail de chacune des forces qui s'exerce sur l'autoporteur entre G_1 et G_5 puis calculer la la somme des travaux des forces entre ces deux points.
3) Calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur dans chacune des positions G_3 et G_5.
4) Calculer la variation de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = E_{c5} - E_{c3}$
5) Comparer la somme des travaux des forces , quelle est votre conclusion? On prend g=9,8N/kg.

……………….réponses……………..

1) $\vec{P}$

$\vec{R}$



2) $\underset{G3\to G5}{W\vec{R}} = 0$

$\underset{G3\to G5}{W\vec{P}} = m.g.G_3G_5 \sin\alpha = 0,7\times 9,8\times 48\times 10^{-3} \sin 10 = 0,057J$ $\Longrightarrow$ $\Sigma W\vec{F}_{G_3\to G_5} = \underset{G_3\to G_5}{W\vec{P}} + \underset{G_3\to G}{W\vec{R}} = 0,057\,J$

3)
$$v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau} = \frac{60.10^{-3}}{2\times 60\times 10^{-3}} = 0,5m/s \Longrightarrow Ec_5 = \frac{1}{2}.m.v_5^2 = \frac{1}{2}\times 0,7\times 0,5^2 = 0,0875J$$
$$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau} = \frac{36.10^{-3}}{2\times 60\times 10^{-3}} = 0,3m/s \Longrightarrow Ec_3 = \frac{1}{2}.m.v_3^2 = \frac{1}{2}\times 0,7\times 0,3^2 = 0,0315J$$

4) $\Delta Ec = E_{c5} - E_{c3} = 0,0875 - 0,0315 = 0,056\,J$

5) $\Delta Ec \approx \Sigma W\vec{F}$

1) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique:

Dans un repère **Galiléen**, la variation de l'énergie cinétique d'un corps solide (en mouvement translation ou en mouvement de rotation autour d'un axe fixe), entre deux instants, est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur ce corps entre ces deux instants.

$$\boxed{\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}}$$

$\Delta Ec = Ec_f - Ec_i$

Pour les mouvements de translation : $\Delta E_c = \frac{1}{2}.m.v_f^2 - \frac{1}{2}.m.v_i^2$

Pour les mouvements de rotation : $\Delta E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega_f^2 - \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega_i^2$

2) Activité expérimentale:

(vérification de la relation $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$)

On lâche une bille, sans vitesse initiale, d'un point O situé à une altitude H devant un capteur qui permet de calculer la vitesse de la bille au moment de son passage devant le capteur durant la chute.
On fait varier à des instants différents la position du capteur H et on mesure la vitesse V en considérant l'instant de départ de la bille du point O comme origine des temps.
Le tableau suivant représente les résultats obtenus:

V^2 (m^2/s^2)	vitesse V (m/s)	l'instant t en (s)	altitude H en (m)
	1,40	142,85	0,1
	1,98	202,04	0,2
	2,80	285,71	0,4
	3,43	350,00	0,6
	3,96	404,08	0,8
	4,42	451,02	1

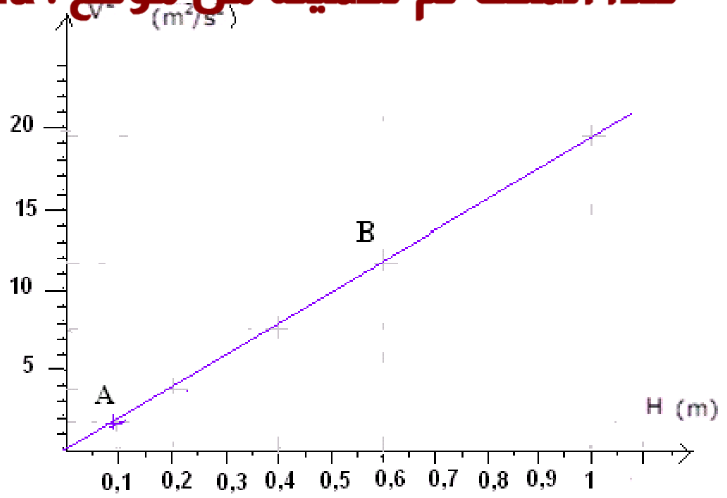
1) Compléter le remplissage du tableau.
2) Tracer la courbe qui représente la variation de V^2 en fonction de H. puis déterminer graphiquement la valeur du coefficient directeur de la droite qui représente V^2=f(H) , quelle est son unité.? Faites votre conclusion.
On donne : g=9,8N/kg.
3) a)Donner l'expression du travail du poids de la bille lors de sa chute de l'altitude H.
b) calculer sa valeur sachant que la masse de la bille est m=100g et H=0,1m.
4) Comparer le résultat de 3)b) avec la valeur de : $\frac{1}{2}.m.V^2$, donner votre conclusion.

----------------réponses-----------------

1)

V^2 (m^2/s^2)	الارتفاع H (m)
1,96	0,1
3,9	0,2
7,84	0,4
11,76	0,6
15,68	0,8
19,53	1

2)



$$k = \frac{\Delta V^2}{\Delta H} = \frac{(V^2)_B - (V^2)_A}{(H)_B - (H)_A} = \frac{11{,}76 - 1{,}96}{0{,}6 - 0{,}1} = 19{,}6 = 2 \times g \qquad (\ g = 9{,}8\ )$$

L'unité de k est : (N/kg) $\Rightarrow$

Donc : $V^2 = 2.g.H$

En multipliant les deux membres de cette égalité par $\frac{m}{2}$, elle devient: $\frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.H$

Le 1er membre représente la variation de l'énergie cinétique et le 2ème membre représente la somme des travaux des forces appliquées sur la bille.

Par conséquence : $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$

3) $W\vec{P} = m.g.H = 0{,}1 \times 9{,}8 \times 0{,}1 = 0{,}098 J$

$\frac{1}{2}.m.V^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 1{,}96 = 0{,}098 J \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.H$

d'où $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$

…………………… SBIRO Abdelkrim