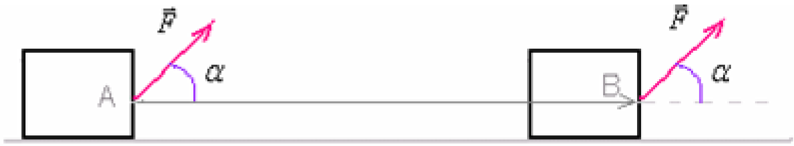
Travail et puissance d'une force

I- Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation :

1) Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation rectiligne :

Une force est dite constante lorsqu'elle garde le même sens,la même direction et la même intensité au cours du temps.



Le travail de la force $\vec{F}$ durant le déplacement de son point d'application de A à B est égal au produit scalaire du vecteur $\vec{F}$. par le vecteur déplacement $\vec{AB}$.

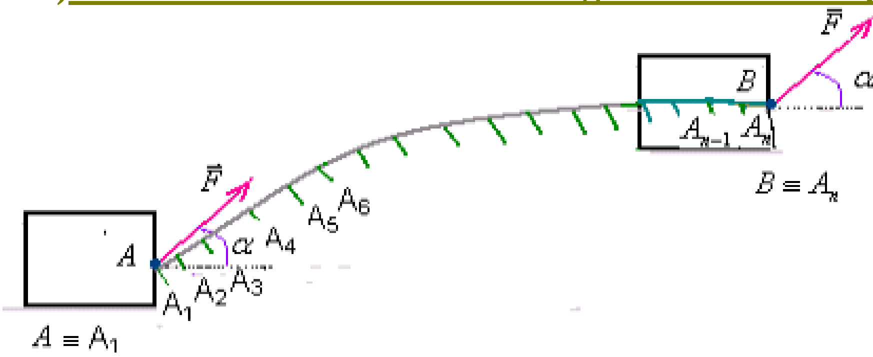
$$W_{A\to B}\vec{F} = \vec{F}.\vec{AB} = F \times AB \times \cos\alpha \qquad \text{avec} \quad \alpha = (\widehat{\vec{F}.\vec{AB}})$$

-L'unité du travail dans le système d'unité international est le joule noté (J)

- l'unité de l'intensité de la force est le newton noté (N) et l'unité de la distance AB est le mètre (m).

Remarque : le travail d'une force est une grandeur algébrique (si W>0 on dit que le travail est moteur , si W<0 on dit que le travail est résistant).si W=0 , le travail est nul.

2) Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation curviligne :



Dans ce cas on décompose la trajectoire non rectiligne en des petits morceaux suffisamment petits qu'on peut considérer rectilignes : A_oA_1 , A_1A_2 , A_2A_3 , A_3A_4 ,……… , $A_{n-1}A_n$.

(A_o confondu avec A et A_n confondu avec B)

Le travail élémentaire δW de la force $\vec{F}$ durant le déplacement élémentaire $\vec{\delta\ell}$ est: $\delta W = \vec{F}.\vec{\delta\ell}$

Le travail total de la force $\vec{F}$ durant le déplacement total $\vec{AB}$ est la somme des travaux élémentaires :

$$\begin{aligned} W\vec{F} &= \Sigma\delta W\vec{F} \\ &= \Sigma\vec{F}.\vec{\delta\ell}_i \\ &= \vec{F}.\vec{A_1A_2} + \vec{F}.\vec{A_2A_3} + \ldots\ldots + \vec{F}.\vec{A_{n-1}A_n} \\ &= \vec{F}.(\vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \ldots\ldots + \vec{A_{n-1}A_n}) \\ &= \vec{F}.\vec{A_1A_n} = \vec{F}.\vec{AB} \end{aligned}$$

On en déduit que dans les cas ou la trajectoire est rectiligne ou curviligne, le travail d'une force constante agissant sur un corps solide en translation est égal au produit scalaire du vecteur force et celui du vecteur déplacement de son point d'application.

$$W_{A\to B}\vec{F} = \vec{F}.\vec{AB} = F \times AB \times \cos\alpha \qquad \text{avec} \quad \alpha = (\widehat{\vec{F}.\vec{AB}})$$

Remarque: d'après la réciproque du principe d'inertie , si le centre d'inertie d'un corps est en mouvement rectiligne , uniforme alors les forces qu'il subit se compensent $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ par conséquence $\Sigma W\vec{F} = \vec{0}$.

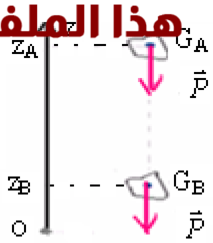
II- Travail du poids d'un corps :

1) Travail du poids d'un corps en chute verticale.

On considère un corps solide en chute verticale près de la surface de la terre puisque l'intensité de pesanteur est constante. Soit l'axe oz orienté vers le haut et son origine O confondu avec le sol.

Le poids $\vec{P}$ est une force constante qui s'applique au centre de gravité G du corps.

Pour déterminer son travail on applique la relation précédente.



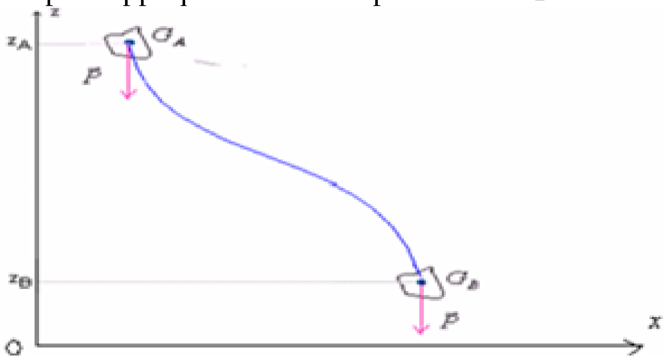
lorsque son point d'application se déplace de A à B : $\vec{P}$ Le travail du poids

$$W\vec{P}_{A\to B} = \vec{P}.\overrightarrow{G_AG_B} = P.G_A.G_B.\cos 0 = P.G_AG_B = m.g.(z_A - z_B)$$

car la distance : $G_AG_B = z_A - z_B$

2) Travail du poids d'un corps en chute non verticale.

est une force constante donc on peut appliquer la relation précédente: $\vec{P}$ Durant la chute du corps le poids



$$W\vec{P}_{A\to B} = \vec{P}.\overrightarrow{G_AG_B} = P.G_A.G_B.\cos 0 = P.G_AG_B = m.g.(z_A - z_B)$$

3) Conclusion:

Le travail du poids d'un corps est indépendant du chemin suivi lors de son déplacement, il ne dépend que de la variation d'altitude du centre de gravité de ce corps.

$$W\vec{P}_{A\to B} = m.g.(z_A - z_B)$$

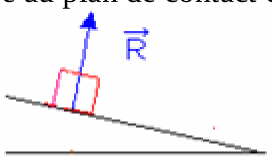
-si $z_A > z_B$, $z_A - z_B > 0$ Le corps est en cas de descente , son travail du poids est moteur.

-si $z_A < z_B$, $z_A - z_B < 0$ Le corps est en cas de monté , son travail du poids est résistant.

4) Travail de la force de frottement:

a) Cas du mouvement sans frottement:

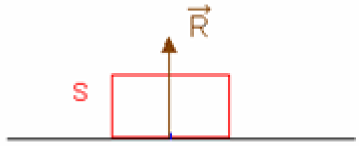
est perpendiculaire au plan de contact et son travail est nul. $\vec{R}$ Si le mouvement se fait sans frottement la réaction



Cas du mouvement sur un plan incliné

$\vec{R} \perp$ au plan

et $W\vec{R} = 0$



Cas du mouvement sur un plan horizontal

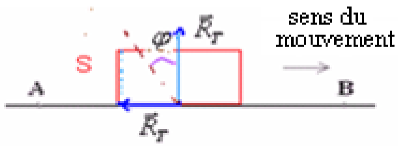
b) Cas du mouvement avec frottement:

et incliné dans le sens inverse du mouvement et forme avec $\vec{R}$ Si le mouvement se fait avec frottement la réaction appelé angle de frottement et son travail est résistant. φ la normale un angle

par deux méthodes différentes: $\vec{R}$ Dans ce cas on peut calculer le travail de

1ère méthode

on décompose R en une composante normale $\vec{R}_N$: est une composante tangentielle $\vec{R}_T$



$$W\vec{R}_{A\to B} = W\vec{R}_N{}_{A\to B} + W\vec{R}_T{}_{A\to B}$$

$$= 0 + \vec{R}_T.\overrightarrow{AB}$$

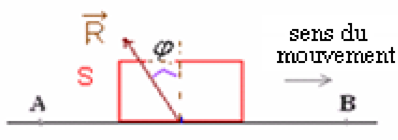
$$= R_T.AB\cos\pi = -R_T.AB$$

force de frottement $R_T = f$

$$\boxed{W\vec{R}_{A\to B} = -f.AB}$$

2ème méthode

Si on connait l'angle de frottement et l'intensité de $\vec{R}$



$$W\vec{R}_{A\to B} = \vec{R}.\overrightarrow{AB}$$

$$= R.AB.\cos(\varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{W\vec{R}_{A\to B} = -R.AB.\sin\varphi}$$

III- Puissance d'une force :

1) Puissance moyenne:

La puissance moyenne est égale au rapport du travail effectuer au temps mis pour effectuer ce travail.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance dans le système d'unités international est la watt noté (W).

-quelques multiples du watt:

kilowatt	$1kW = 10^3 W$
mégawatt	$1MW = 10^6 W$
gégawatt	$1GW = 10^9 W$

2) Puissance instantanée:

est égal au $\vec{V}$ agissant sur un corps qui se déplace avec une vitesse $\vec{F}$ La puissance instantanée d'une force mise pour effectuer ce travail. $\delta.t$ pendant la petite durée $\delta.W$ travail élémentaire

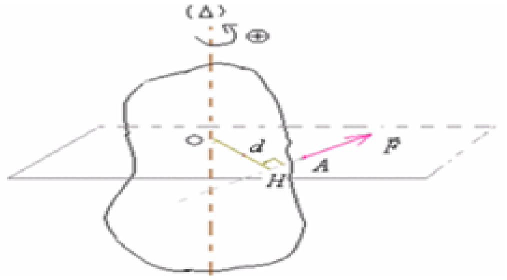
$$P = \frac{\delta W}{\delta t} = \vec{F}.\frac{\overrightarrow{\delta \ell}}{\delta t} = \vec{F}.\vec{V}$$

$$P = F.V.\cos\alpha \qquad \alpha = (\widehat{\vec{F},\vec{V}})$$

3)Puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe :

a)Rappel du moment d'ne force par rapport à un axe :

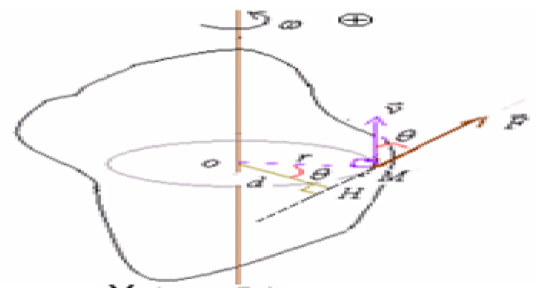
$M\vec{F}_{\Delta} = \pm F.d$ **moment d'ne force par rapport à un axe :**



d est la distance (perpendiculaire) qui sépare la droite d'action de la force et l'axe .

b)Puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe :

dont le moment est constant agissant sur un corps en rotation autour d'un axe fixe $\vec{F}$ On considère une force .ω avec une vitesse angulaire



Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport à Δ : $M_{\vec{F}_\Delta} = +F.d$

et on a dans le triangle (O,M,H) : $\cos\theta = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r.\cos\theta$ donc: $M_{\vec{F}_\Delta} = F.r.\cos\theta$

et la puissance de la force $\vec{F}$: $P = \vec{F}.\vec{v} = F.v.\cos\theta$ avec $v = r.\omega \Rightarrow P = F.r.\omega.\cos\theta = M_{\vec{F}_\Delta} \times \omega$

La puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe est égale au produit du moment de cette force par rapport à l'axe de rotation et de la vitesse angulaire de rotation.

$$\boxed{P = M_{\vec{F}_\Delta} \times \omega}$$

P: puissance en (W).

M:le moment en(N.m)

ω **: vitesse angulaire en (rad/s)**

Remarque:

Or la puissance : $P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P.\Delta t = M_{\vec{F}_\Delta}.\omega.\Delta t$ et on a: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega.\Delta t$

donc: $\boxed{W = M_{\vec{F}_\Delta}.\Delta\theta}$