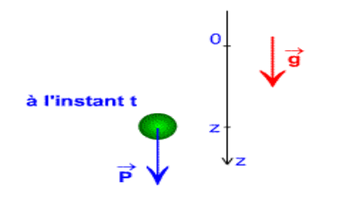
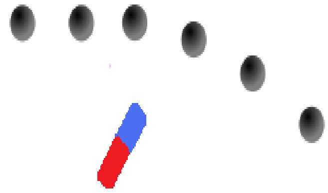
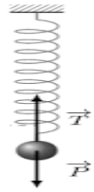
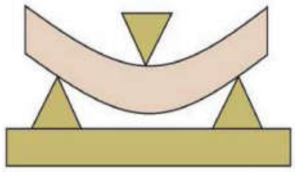
Travail et puissance d'une force

I- Notion de travail d'une force constante

1- Effets possibles d'une force dont le point d'application se déplace

Une force appliquée à un solide peut avoir plusieurs effets :

Une force peut mettre en mouvement un solide	Une force peut modifier le mouvement d'un solide (vitesse ; trajectoire)	Une force peut maintenir en équilibre un solide	Une force peut déformer un solide.
			

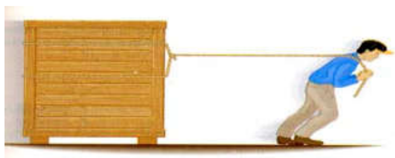
2- Définition d'une force constante

Une force constante signifie qu'elle garde la même direction, le même sens et la même intensité..

3- Définition du travail d'une force constante

☑ Dans le langage courant, l'idée de travail est liée à la notion d'effort physique ou intellectuel et de fatigue. En physique, la définition est plus stricte car le travail mécanique fait intervenir force **et** déplacement :

☑ Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force (Une force qui travaille a pour effets de : modifier le mouvement d'un corps, modifier son altitude, le déformer, modifier sa température.)



☑ Une force ne travaille pas si son point d'application ne se déplace pas et sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application.

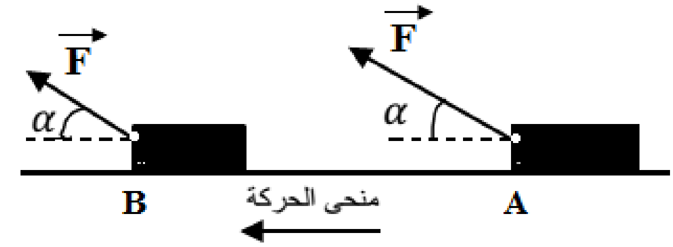
Le travail est noté par la lettre W ; L'unité de travail est le Joule (symbole J)

II- Travail d'une force constante

1- travail des forces dans le cas d'un solide en translation

1-1-Travail d'une force constante pour un déplacement rectiligne

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ pour un déplacement rectiligne $\overrightarrow{AB}$ de son point d'application est le produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ et du vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$



$$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$$

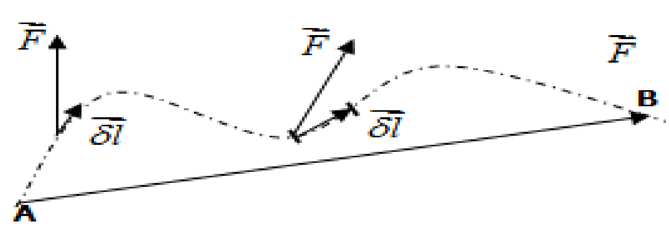
$$W(\vec{F})_{A\to B} = F.AB.\cos(\alpha)$$

Avec α angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$

Remarque : 1 Joule = 1 Newton * 1 mètre

1-2- Travail d'une force constante pour un déplacement quelconque

On décompose ce déplacement, non rectiligne, en une succession de déplacements suffisamment petits pour être considérés comme rectilignes.



$\overrightarrow{\delta\ell_1}, \overrightarrow{\delta\ell_2} \ldots, \overrightarrow{\delta\ell_{i+1}}, \ldots, \overrightarrow{\delta\ell_n}$ avec $\sum \overrightarrow{\delta l_i} = \overrightarrow{AB}$

Le travail élémentaire d'une force constante est:

$\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i}$

Le travail de la force est égale à la somme des travaux élémentaires

$$\sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F}.\sum \overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = W(\vec{F})_{A\to B}$$

Le travail d'une force constante F, lors du déplacement quelconque de son point d'application entre A et B, est indépendant du chemin suivi entre A et B

1-3-Travail du poids

Lorsque le centre de gravité d'un objet passe d'un point A à un point B en décrivant une trajectoire courbe, on peut considérer que cette courbe est une succession de petits déplacements $\overrightarrow{AM_1}, \ldots, \overrightarrow{M_iM_{i+1}}, \ldots, \overrightarrow{M_nB}$.

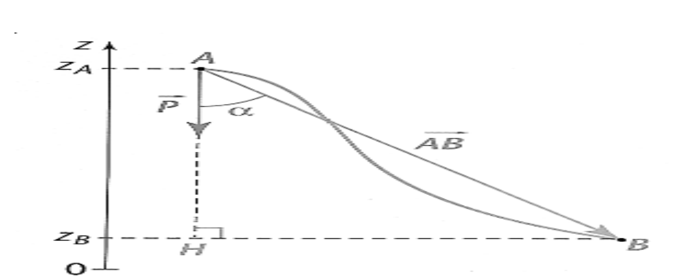
Le travail du poids $\vec{P}$ de l'objet pour un petit déplacement est $W_{M_iM_{i+1}}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{M_iM_{i+1}}$.

Le travail du poids de l'objet entre A et B est

$$W_{AB}(\vec{P}) = \sum_{A}^{B} \vec{P}.\overrightarrow{M_iM_{i+1}} = \vec{P}.\sum_{A}^{B}\overrightarrow{M_iM_{i+1}}.$$

Mais $\sum_{A}^{B}\overrightarrow{M_iM_{i+1}} = \overrightarrow{AB}$, donc $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$.

Avec $\vec{P}$ (O; O; - mg) et $\overrightarrow{AB}$ $(x_B - x_A;\ y_B - y_A;\ z_B - z_A)$

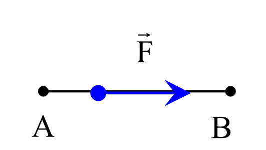
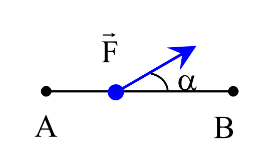
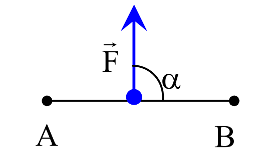
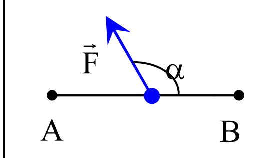
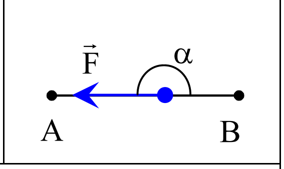


l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut.

Lorsque le centre de gravité G d'un solide se déplace d'un point A à un point B, le travail du poids du solide est indépendant du chemin suivi par G entre A et B. Il est donné par la relation **$W_{AB}(\vec{P}) = mg\,(z_A - z_B)$**

2-Travail moteur, travail résistant

Le travail d'une force est une grandeur algébrique.
Un travail positif est un travail moteur et un travail négatif est un travail résistant.

$\alpha = 0°$	$\alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha \le 180°$	$\alpha = 180°$
				
$W_{AB}(\vec{F})$ positif : Travail moteur		$W_{AB}(\vec{F}) = 0$	$W_{AB}(\vec{F})$ négatif : Travail résistant	

3- Travail d'un ensemble de forces constantes

Soit un solide en translation soumis à plusieurs forces. Les points d'applications de chaque force subissent le même déplacement. La somme des travaux de ces forces s'écrit

$W_{AB} = \vec{F}_1 \bullet \overrightarrow{AB} + \vec{F}_2 \bullet \overrightarrow{AB} + \ldots = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots) \bullet \overrightarrow{AB}$ soit $W_{AB} = \vec{F} \bullet \overrightarrow{AB}$ avec $\vec{F}$ la résultante des forces.

Pour un solide en translation, soumis à un ensemble de forces, la somme des travaux des forces appliquées est égale au travail de leur résultante.

4- travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Considérons une force $\vec{F}$ localisée au point A,

- $\delta\theta$ un angle de rotation élémentaire autour d'un axe (Δ) passant par le point O,

- Soit δW le travail élémentaire de $\vec{F}$ pendant la rotation .

$\delta\, W(\,F\,) = \vec{F} \times \overrightarrow{\delta s}$

$\delta W = \vec{F} \times \overrightarrow{\delta s} = F \times \delta s \times \cos(\,\alpha)$

- L'arc élémentaire décrit pendant cette rotation est $\delta s = r \times \delta\theta$

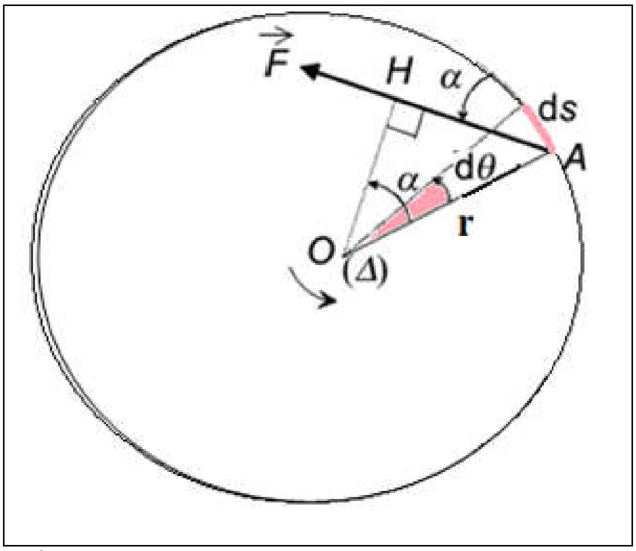
Alors $\delta W = F \times r \times \delta\theta \times \cos(\,\alpha)$

a partir de la figure ci-contre on a

$\cos(\,\alpha) = OH/r$ ⇔ $OH = \cos(\,\alpha) \times r$

donc $\delta W = F \times OH \times \delta\theta$ avec le moment de cette force par rapport à l'axe (Δ) est : $M(\vec{F}) = F \times OH$

⇨ le travail élémentaire : $\delta W = M_\Delta(\vec{F}) \times \delta\theta$



- Lorsque le solide tourne avec un angle ΔΘ le travail de force $\vec{F}$ est :

$W(\vec{F}) = \sum \delta W = \sum M_\Delta(\vec{F}) \times \delta\theta = M_\Delta(\vec{F}) \times \sum \delta\theta$ avec $M_\Delta(\vec{F})$ est constante et $\sum \delta\theta = \Delta\theta$

Le travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est

$W(\vec{F}) = M_\Delta(\vec{F}) \times \Delta\theta$

III- Puissance d'une force

1- La puissance moyenne

Si, pendant une durée Δt, une force $\vec{F}$ effectue un travail $W(\vec{F})$, la puissance moyenne $P_{moyenne}$ du travail de cette force est $P_{moyenne} = \dfrac{W(\vec{F})}{\Delta t}$ avec $P_{moyenne}$ en watts (W), $W(\vec{F})$ en joules (J) et Δt en secondes (s).

Remarque : Unité de puissance encore utilisée le cheval-vapeur, $1\,ch = 736\,W$

Lorsque l'intervalle de temps Δt tend vers 0 ou devient très petit, la puissance moyenne tend vers la puissance instantanée.

2- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en translation

On appelle puissance instantanée d'une force $\vec{F}$ la variation instantanée de son travail au cours du temps :

$$P(t) = \frac{\delta W}{\delta t}$$

Puis que $\delta W = \vec{F} \times \vec{\delta l}$ alors $P(t) = \vec{F} \times \dfrac{\overrightarrow{\delta . l}}{\delta . t}$ avec $v(t) = \dfrac{\overrightarrow{\delta . l}}{\delta . t}$

La puissance instantanée de la force $\vec{F}$ est :

$$P(t) = \vec{F} . \vec{V}(t)$$

$$P = F \times V \times \cos(\vec{F};\vec{V})$$

3- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en rotation

L'expression du travail est $\delta W = M_\Delta(\vec{F}) \times \delta\theta$ avec $M_\Delta(\vec{F})$ moment de la force par rapport à l'axe de rotation.

La puissance instantanée $P(t) = \dfrac{\delta W}{\delta t} = M_\Delta(\vec{F}) \times \dfrac{\delta\theta}{\delta t}$ avec $\omega(t) = \dfrac{\delta\theta}{\delta t}$ vitesse angulaire instantané à t

La puissance instantanée d'une force s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe est égal :

$$P(t) = M_\Delta(\vec{F}) \times \omega(t)$$

fin