Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com

Travail d'une force

Lorsque la force exercée sur un mobile a un effet sur la valeur de la vitesse du mobile, on dit qu'elle travaille.

Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force.

Une force ne travaille pas si :

- Sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application.
- Son point d'application ne se déplace pas.

I-Travail d'une force constante :

1-La force constante :

Une force est constante si sa valeur, sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.

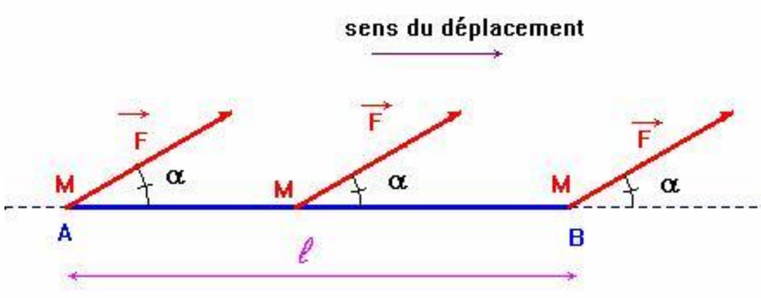
Définition du travail :

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application M se déplace de A à B sur le segment [AB]

est égal au produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$.
On note :

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha \quad \begin{cases} W_{AB}\left(\vec{F}\right) & \text{:travail de la force : J} \\ F & \text{:Valeur de la force : N} \\ AB & \text{:longueur du déplacement : m} \\ \alpha & \text{:angle entre les vecteurs } \vec{F} \text{ et } \overrightarrow{AB} \end{cases}$$

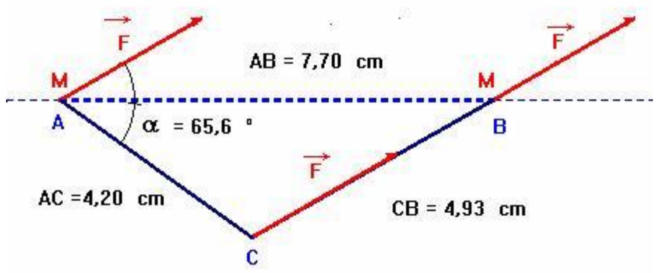
Schéma :



Calculer le travail de la force $\vec{F}$ sachant que : F = 10 N, ℓ = 7,70 cm et α = 30 °.

Calculer le travail de la force $\vec{F}$ sur le trajet AC puis sur le trajet CB. Comparer les résultats obtenus et conclure.

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com



On remarque que :

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right)=W_{AC}\left(\vec{F}\right)+W_{CB}\left(\vec{F}\right)$$

Le travail d'une force constante, lors du déplacement de son point d'application entre A et B ne dépend pas du chemin suivi entre A et B.

On est en présence d'une force conservative.

2-Travail moteur et travail résistant :

Le travail est une grandeur algébrique.

Si $0 \le \alpha < 90°$, alors $\cos\alpha > 0$ et $W_{AB}\left(\vec{F}\right) > 0$ le travail est moteur

Si $\alpha = 90°$, alors $\cos\alpha = 0$ et $W_{AB}\left(\vec{F}\right) = 0$ le travail est nul $\left(\vec{F} \perp \overrightarrow{AB}\right)$

Si $90° < \alpha \le 180°$, alors $\cos\alpha < 0$ et $W_{AB}\left(\vec{F}\right) < 0$ le travail est résistant

3-Le travail du poids d'un corps :

Sur une zone étendue à quelques kilomètres, on peut considérer le vecteur poids $\vec{P}$ est une force constante.

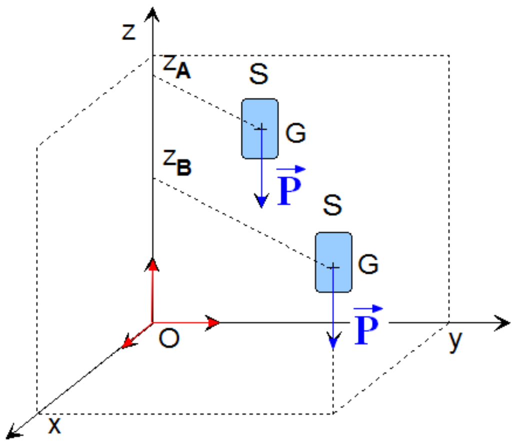
La valeur du poids P = m.g. La grandeur g dépend de l'altitude et de la latitude.

Pour un déplacement de quelques kilomètres on peut considérer que g = c^{te}.

Travail du poids d'un corps.

Considérons un solide S de masse m et de centre d'inertie G se déplaçant dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$.

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com



La définition du travail mécanique d'une force constante s'applique dans ce cas.
Dans le repère choisi, on peut exprimer les coordonnées de chaque vecteur :

$$\vec{P}\begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -m \cdot g \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AB}\begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases}$$

En conséquence : $W_{AB}(\vec{P}) = -m.g \cdot (z_B - z_A) = m.g \cdot (z_A - z_B)$

<u>Exemple</u> : <u>Solide sur un plan incliné.</u>

Considérons un mobile autoporteur de masse m = 400 g se déplaçant sur un plan incliné d'un angle β = 26,2 ° par rapport à l'horizontale.

Que peut-on dire du travail de la force $\vec{R}$, réaction du support sur le même trajet AB ?

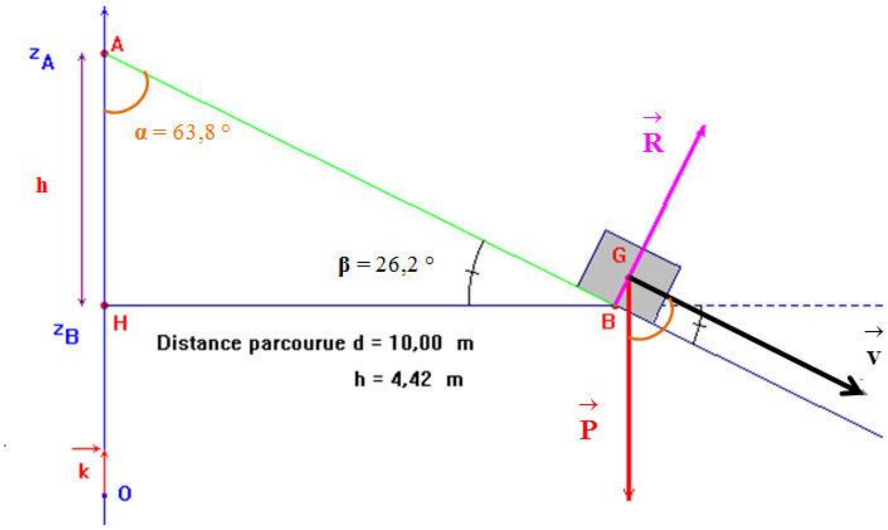
Donner l'expression du travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB. Utiliser le fait que le vecteur $\vec{P}$ est une force constante.

En déduire l'expression du travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB en fonction de la dénivellation h entre les positions A et B du mobile.

Le travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB est-il moteur ou résistant ?
On choisit un axe vertical Oz, orienté vers le haut et d'origine O.
Lorsque le mobile occupe la position A, il a l'altitude z_A et lorsque il occupe la position B, il a l'altitude z_B.
Exprimer le travail du poids sur le trajet AB en fonction de z_A et z_B. Conclusion.

Calculer la valeur du travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB sachant que AB = 10,0 m .

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com



Le travail de la force $\vec{R}$, réaction du support, sur le même trajet AB est nul car la réaction du support est perpendiculaire au support.
Les frottements sont négligeables.

Expression du travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB.

$$W(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{AB}$$

$$W(\vec{P}) = P.AB.\cos\alpha$$

On va utiliser deux propriétés du poids : la direction du poids est la verticale du lieu et la valeur du poids est constante.
Le poids est une force constante. Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi.
On choisit le chemin suivant : AH et HB.

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = W_{AH}\left(\vec{P}\right) + W_{HB}\left(\vec{P}\right)$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P}.\overrightarrow{AH} + \vec{P}.\overrightarrow{HB} \quad \text{avec} \quad \vec{P} \perp \overrightarrow{HB}$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P}.\overrightarrow{AH}$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = P \cdot h$$

Le travail du poids $\vec{P}$ sur le trajet AB est un travail moteur :

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = P \cdot h = m \cdot g \cdot h > 0$$

Pour donner le travail du poids en fonction de z_A et z_B, il faut donner l'expression des vecteurs $\vec{P}$ et $\overrightarrow{AH}$ en utilisant l'axe Oz et le vecteur unitaire $\vec{k}$.

On peut écrire que :

$$\vec{P} = -P \cdot \vec{k} = -m \cdot g \cdot \vec{k} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AH} = (z_H - z_A) \cdot \vec{k} = (z_B - z_A) \cdot \vec{k} \quad (2)$$

En conséquence :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} . \overrightarrow{AH} = \left(-m \cdot g \cdot \vec{k}\right) \cdot \left((z_B - z_A) \cdot \vec{k}\right)$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = -m \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

Conclusion :

Lorsque le centre de gravité G d'un corps passe d'un point A à un point B, le travail du poids ne dépend que de l'altitude z_A du point de départ et de l'altitude z_B du point d'arrivée :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

Remarques :

- **Si $z_A > z_B$, l'altitude du point G a diminué : le travail du poids est moteur.**
- **Si $z_A < z_B$, l'altitude du point G a augmenté : le travail du poids est résistant.**
- **Si $z_A = z_B$, l'altitude du point G n'a pas changé : le travail du poids est nul.**

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com

Pour déterminer la valeur du travail du poids, on peut utiliser la relation suivante :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = P \cdot h = m \cdot g \cdot h \quad \text{avec} \quad h = \left| z_A - z_B \right|$$

Attention au signe :

pour utiliser cette relation, il faut savoir si le travail est résistant ou moteur :

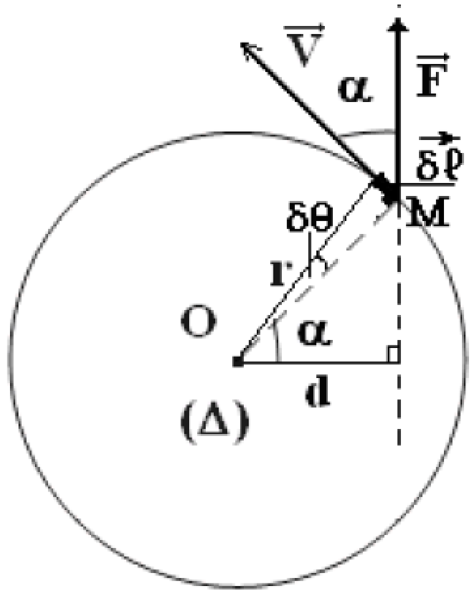
Si le travail est moteur :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = m \cdot g \cdot h$$

Si le travail est résistant, alors :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = -m \cdot g \cdot h$$

4-Travail d'une force suivant une trajectoire circulaire



$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{\delta\ell} = F.\delta\ell.\cos(\alpha)$$

$$\delta\ell = r.\delta\theta$$

$$\delta W(\vec{F}) = F.r.\delta\theta.\cos(\alpha)$$

$$d = r.\cos(\alpha)$$

$$\delta W(\vec{F}) = M(\vec{F}_{/\Delta}).\delta\theta$$

$$\begin{aligned} W_{A\to B}(\vec{F}) &= \sum \delta w = \sum M(\vec{F}_{/\Delta}).\delta\theta \\ &= M(\vec{F}_{/\Delta}).\sum \delta\theta \\ &= M(\vec{F}_{/\Delta}).\Delta\theta \end{aligned}$$

$M(\vec{F}_{\Delta})$ est constante

II-Puissance d'une force :

Professeur JAMIL RCHID wwwjjamrach@gmail.com

La grandeur puissance, relie la notion de travail à la notion de durée.

1-Puissance moyenne :

Par définition : la puissance moyenne d'une force $\vec{F}$ sur le trajet AB est égale

Au quotient du travail $W_{AB}(\vec{F})$ par la durée Δt du déplacement.

$\mathcal{P}_m = \dfrac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t}$	▶ P_m puissance moyenne en watt, W
	▶ $W_{AB}(\vec{F})$ Travail en joule, J
	▶ La durée Δt en seconde, s

L'unité légale de puissance est le watt symbole W.

Exemple :

Quelques valeurs de puissance :

Formule 1	600 kW
Motrice de TGV	6400 kW
Centrale hydraulique	400 MW
Réacteur de Centrale Nucléaire	900 MW

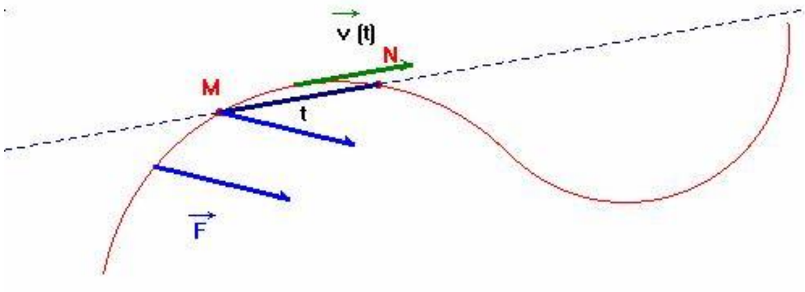
2-Puissance instantanée :

La puissance instantanée $\mathcal{P}$ (t) d'une force $\vec{F}$ sur le trajet AB, est évaluée en considérant le petit travail W effectué pendant une courte durée Δt encadrant la date considérée t.

On peut écrire que :

$$\mathcal{P}_m = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}}{\Delta t}$$

-



On peut assimiler le rapport $\frac{\overrightarrow{MN}}{\Delta t}$ au vecteur vitesse instantanée $\overrightarrow{v(t)}$

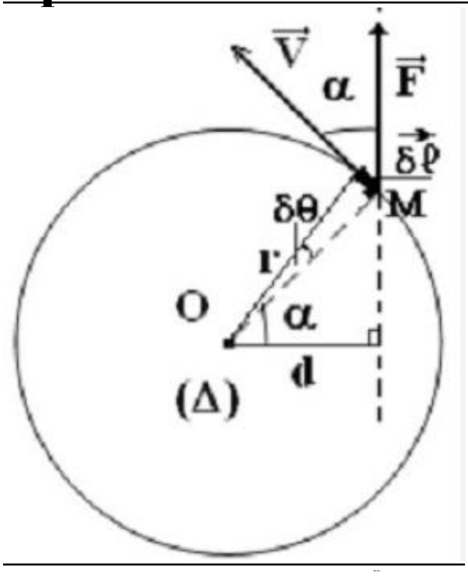
$$\frac{\overrightarrow{MN}}{\Delta t} = \overrightarrow{v(t)}$$

La puissance instantanée peut s'écrire : $\boxed{\mathscr{P}(t) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{v(t)}}$

Avec : $\mathscr{P}$ en watt (W), F en newton (N) et v en mètre par seconde (m / s

Exemple : une grue de chantier soulève à vitesse constante, un container de masse m = 5,0 t, d'une hauteur h = 13 m , en une durée de 24 s.Calculer la puissance développée par la grue.

3-puissance d'une force et vitesse angulaire :



$$P_i = \frac{\delta W(\vec{F})}{\delta t} = \frac{M(\vec{F}_{/\Delta}).\overline{\delta\theta}}{\delta t} = M(\vec{F}_{/\Delta}).\frac{\overline{\delta\theta}}{\delta t} = M(\vec{F}_{/\Delta}).\omega \text{ و } \delta W(\vec{F}) = M(\vec{F}_{/\Delta}).\overline{\delta\theta}$$

$$P_i = M(\vec{F}_{/\Delta}).\omega$$