Première Partie : Travail mécanique et L’énergie
Unité 1
7 H

Mouvement de rotation d’un solide indéformable autour d’un axe fixe

حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

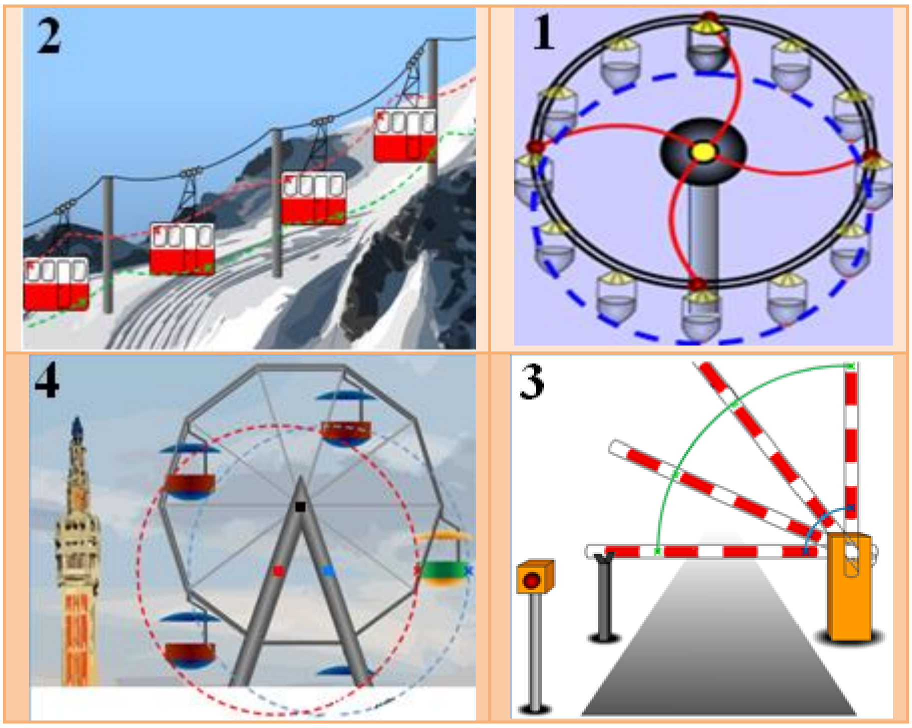
بسم الله الرحمن الرحيم
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

1er Bac Sciences Physique

I – Repérage d’un point d’un solide en rotation autour d’un axe fixe :

1 – Mouvement de rotation d’un solide autour d’un axe fixe :

1-1 - Activité :



Parmi les **corps solides** en **mouvement** représentés ci-contre :

a- Déterminer les **corps** qui ayant un **mouvement de translation** et déterminer **sa nature**.

Les **nacelles** dans les **figures 1** et **4** ayant des **mouvements** de **translation circulaire** et la **nacelle** dans la **figure 2** à un **mouvement** de **translation curviligne** .

b- Déterminer les **corps** ayant des **mouvements** de **rotation autour d’un axe fixe**.

Le **bras** dans la **figure 3** à un mouvement de **rotation autour d’un axe fixe** .

c- Quelles sont les **formes** des **trajectoires** des **points** formant le **bras** de la **grande roue** dans la **figure 4** ?

Tous les **points** formant le **bras** de la **grande roue** ont des **trajectoires circulaires centrées autour d’un axe fixe** .

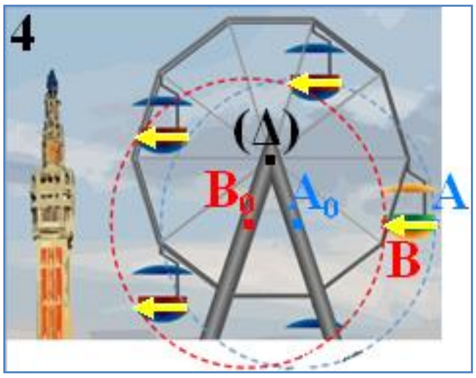
d- Pour la **figure 4** , quelle **différence** y’a-t-il entre le **mouvement** des **barres** et celui de la **nacelle** ?

Le **bras** réalise un **mouvement** de **rotation autour d’un axe fixe**, mais la **nacelle** est en **mouvement** de **translation circulaire**, où chaque **segment** de la **nacelle conserve** la **même direction** au cours du mouvement .

1-2 - Conclusion :

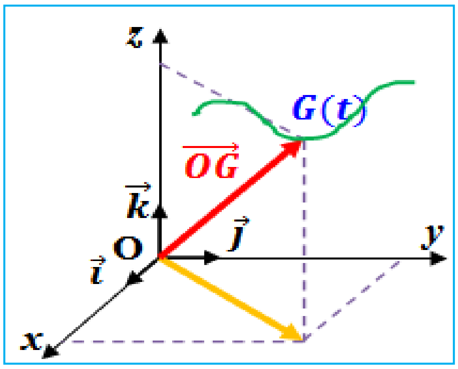
Un solide indéformable possède un mouvement de rotation autour d’un axe fixe si le mouvement de chacun de ses points est circulaire centré sur cet axe et la trajectoire de ces points mobiles appartient au plan orthogonal avec l’axe de rotation.

1-3- Mouvement de rotation et mouvement de translation circulaire :



La **grande roue** est constituée d'une **roue** à la **verticale** ainsi que de **nacelles** attachées à la **jante** où montent les **passagers**. **Pour la roue**, **elle réalise un mouvement de rotation autour de l'axe fixe Δ** (car tous **les points** de la **roue** sont en **mouvement circulaire centré** sur cet axe). **mais pour les nacelles**, **elles sont en mouvement translation circulaire** (car chaque **segment** combine **deux points** des **nacelles** maintient une **direction constante** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{Cte}$, et chaque **point des nacelles** réalise une **trajectoire circulaire** de centre différent **A_0** et **B_0**).

2 – Repérage d'un point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe :

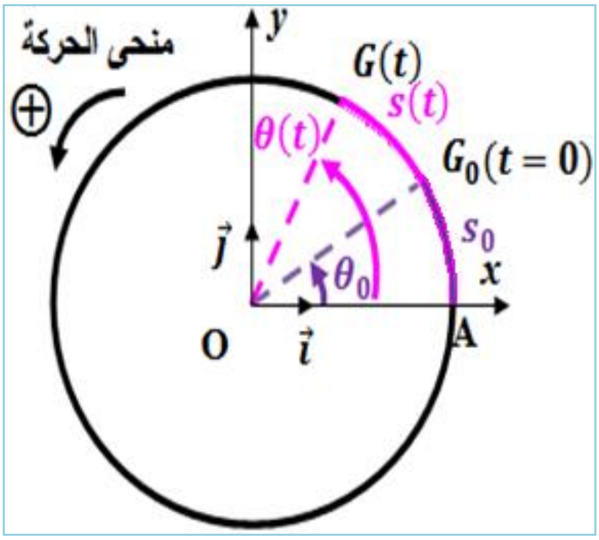


On peut repérer la **position** d'un **point mobile** G d'un **solide** dans un **repère orthonormé** $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à un **référentiel** à **chaque instant** par un **vecteur de position** $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ *avec* $\|\overrightarrow{OG}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ c'est le **module** du **vecteur de position**.

Avec x, y et z les **coordonnées** de la **position** G dans le **repère orthonormé** $\mathcal{R}$.

Pour simplifier, on **repère** la **position** du **point mobile** G à **chaque instant** en utilisant l'**abscisse angulaire** $\theta(t)$ ou l'**abscisse curviligne** $s(t)$.

1-1 – Abscisse angulaire :



On prend la direction de l'axe $(\overrightarrow{Ox},)$ comme direction de référence.

> ***On appelle abscisse angulaire d'un point mobile G à un instant t donné, la valeur algébrique de l'angle*** $\theta(t) = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OG})$.
> ***Son unité dans (S.I) est radian*** rad

1-2 – Abscisse curviligne :

On prend le point A (point d'intersection entre Ox et la trajectoire) comme point de référence .

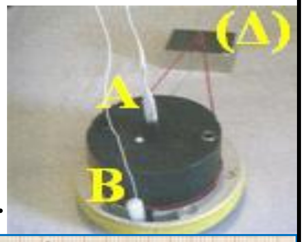
> ***On appelle abscisse curviligne d'un point mobile G à un instant t donné, la valeur algébrique de la distance*** $s(t) = \widehat{AG}$.
> ***Son unité dans (S.I) est mètre*** m

1-3 – La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire :

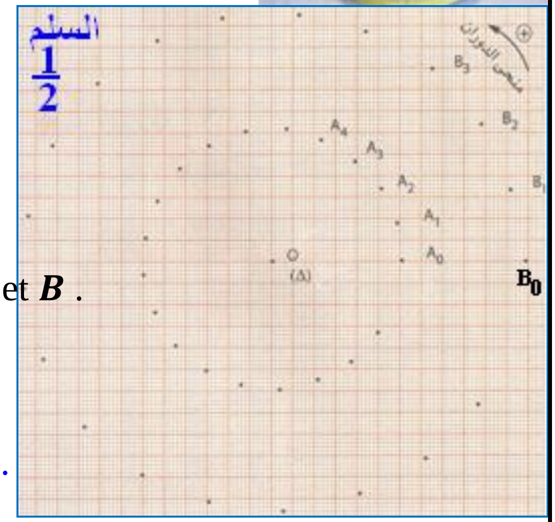
> ***La relation entre les deux abscisses $s(t)$ et $\theta(t)$ est : $s(t) = r.\theta(t)$***
> ***tel que r est le rayon de la trajectoire circulaire du point G***

II – La vitesse angulaire :

1 – Activité :



On considère le **système** de {**autoporteur** + **détonateur latéral** } comme un **corps solide** qui peut **tourner autour d'un axe fixe** (Δ) appartient au **morceau métallique** et passe de son **centre de symétrie**.



On travaille pour que le **détonateur central** A et le **détonateur latéral** B et l'**axe** (Δ) soit **colinéaire**.
On lance le **corps solide** et on enregistre le **mouvement** des deux **points** A et B pendant des **périodes** de **temps égales** et **successifs** $\tau = 40\ ms$ comme le montre l'**enregistrement ci-contre**.

a- Déterminer la **nature** de **mouvement** des **points** A et B .

On a $OA_0 = OA_1 = OA_2 = \cdots = 6\ cm = Cte$
donc la **distance** entre les **points** A_i et le **point** O **reste constante** (appartient à un **arc de cercle**) donc le **point** A est en **mouvement circulaire** de **centre** O .
On a $OB_0 = OB_1 = OB_2 = \cdots = 12\ cm = Cte$
donc la **distance** entre les **points** B_i et le **point** O **reste constante** (appartient à un **arc de cercle**) donc le **point** B est en **mouvement circulaire** de **centre** O .

b- Comparer les **distances parcourues** par chaque point pendant la **même durée** τ , Que concluez-vous ?

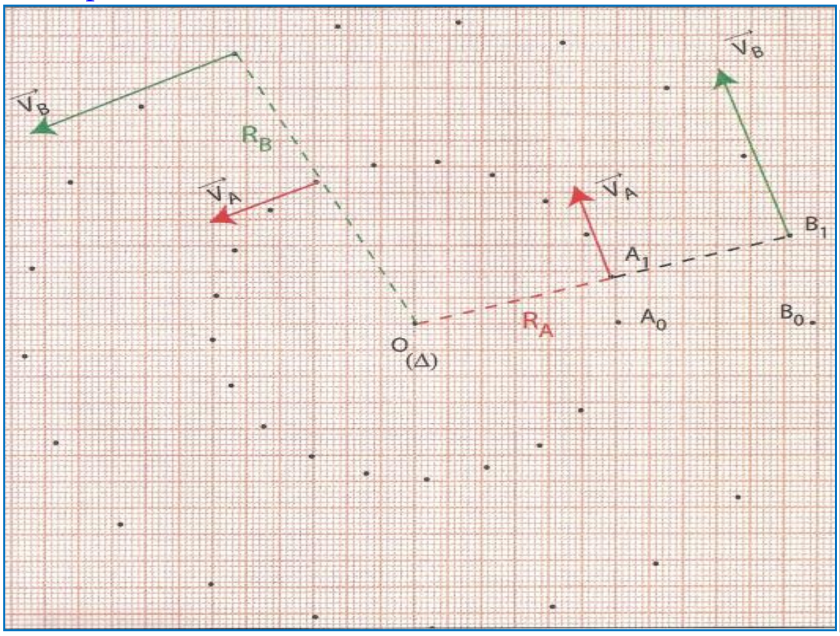
On a $A_0A_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \cdots = 1,8\ cm = Cte$ donc le **point** A parcoure la **même distance** dans la **même durée** τ d'où $V_A = Cte$
On a $B_0B_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = \cdots = 3,4\ cm = Cte$ donc le **point** B parcoure la **même distance** dans la **même durée** τ d'où $V_B = Cte$

c- Représenter, en utilisant **même échelle**, les **deux vecteurs** $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$. Que concluez-vous ?

On a $V_A = \dfrac{\widehat{A_{i-1}A_{i+1}}}{2.\tau} \approx \dfrac{A_{i-1}A_{i+1}}{2.\tau} = \dfrac{2\times1,8.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}} = 0,45\ m.s^{-1}$

On a $V_B = \dfrac{\widehat{B_{i-1}B_{i+1}}}{2.\tau} \approx \dfrac{B_{i-1}B_{i+1}}{2.\tau} = \dfrac{2\times3,4.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}} = 0,85\ m.s^{-1}$

On représente les **deux vecteurs** à l'échelle : $0,45\ m.s^{-1} \leftrightarrow 2cm$ on trouve :



Les caractéristiques de vecteur Vitesse $\vec{V}_i$

Point d'application : centre d'inertie G du mobile à l'instant t_i .
Ligne d'action : la tangente de la trajectoire au point G.
Le sens : sens de mouvement.
La norme : pratiquement déterminer par :

$$v_{G_i} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

On a $V_A < V_B$, on conclure que plus on s'**éloigne** de l'**axe** de **rotation**, plus la **vitesse linéaire augmente**.

d- Par un **rapporteur** (منقلة), mesurer les **angles** $\Delta\theta_A$ et $\Delta\theta_B$ **balayés** par les **deux points** A et B pendant la **durée** : $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1} = 2.\tau$. comparer $\Delta\theta_A$ et $\Delta\theta_B$. Que concluez-vous ?

On a $\Delta\theta_B = 34° = 0,6\, rad$ et $\Delta\theta_A = 34° = 0,6\, rad$ donc $\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$
on peut déduire que pendant la **durée** $\Delta t = 80\, ms$, les **deux points** A **et** B tournent par le **même angle** $\Delta\theta = 34° = 0,6\, rad$.

e- On définit la **vitesse angulaire** ω_i par : $\omega_i = \frac{\Delta\theta}{t_{i+1}-t_{i-1}}$. Calculer les **vitesses angulaires** ω_A et ω_B des **points** A et B . Que concluez-vous ?

On a $\omega_A = \frac{0,6}{2\times 40.10^{-3}} = 7,5\, rad.s^{-1}$ et $\omega_B = \frac{0,6}{2\times 40.10^{-3}} = 7,5\, rad.s^{-1}$

On constate que $\omega_A = \omega_B$, donc on déduit que **tous les points** du solide en **rotation autour un axe fixe** avec la **même vitesse angulaire** ω au cours du temps.

f- Déterminer la **nature** du **mouvement** de **corps solide**.

Le **corps solide** est en **rotation** avec une **vitesse angulaire constante** au cours du **temps**, donc il est en **mouvement de rotation uniforme**.

g- Déterminer R_A et R_B puis calculer les **grandeurs** $R_A.\omega_{A_i}$ et $R_B.\omega_{B_i}$ et comparer **ces produits** avec la **vitesse linéaire** V_{A_i} et V_{B_i} . Que concluez-vous ?

On a $R_A = OA = 6.10^{-2}\, m$ et $R_B = OB = 12.10^{-2}\, m$

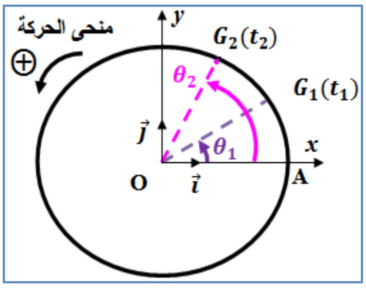
Donc $R_A.\omega_{A_i} = R_A.\omega_A = 6.10^{-2} \times 7,5 = 0,45\, m.s^{-1}$ et $V_A = 0,45\, m.s^{-1}$

On constate que $V_A = R_A.\omega_A$.

Et on a $R_B.\omega_{B_i} = R_B.\omega_B = 12.10^{-2} \times 7,5 = 0,9\, m.s^{-1}$ et $V_B = 0,85\, m.s^{-1}$

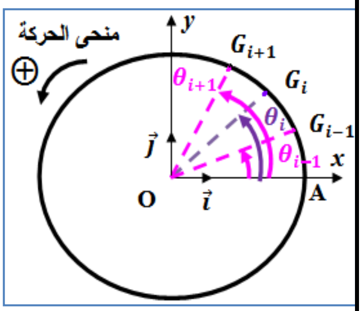
On constate que $V_B = R_B.\omega_B$. Alors pendant la **rotation** du **corps solide**, la **relation** $V_i = R.\omega_i$ est **vérifié** à **chaque instant**.

2 – La vitesse angulaire moyenne :



> ***La vitesse angulaire moyenne*** ω_{moy} ***d'un point G entre deux instants*** t_1 ***et*** t_2 ***est :*** $\omega_{moy} = \frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}$
>
> ***Son unité en (S.I) est :*** $rad.s^{-1}$

3 – La vitesse angulaire instantanée :



> ***La vitesse angulaire instantanée*** ω_i ***est le rapport de l'angle balayé par le vecteur position sur l'unité temps :***
>
> $\omega_i = \frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ ***Son unité en (S.I) est :*** $rad.s^{-1}$

4– La relation entre la vitesse angulaire et la vitesse linéaire :

On a : $V_i = \frac{\widehat{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{\widehat{AG}_{i+1}-\widehat{AG}_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{s_{i+1}-s_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{R.\theta_{i+1}-R.\theta_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = R.\frac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$

Donc : $V_i = R.\omega_i$

Remarque : Pendant la **rotation** d'un **solide autour d'un axe fixe**, à **chaque instant**, tous **ses points** ont la **même vitesse angulaire** ω mais la **vitesse linéaire augmente** lorsqu'on s'**éloigne** de l'**axe de rotation**.

III – Mouvement de rotation uniforme :

1 – Définition :

Le mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe est dit uniforme si sa vitesse angulaire ω reste constante au cours du temps.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = Cte$$

2 – Les caractéristiques de rotation uniforme :

La Période est *la **durée nécessaire** pour que chaque point du solide (S) en rotation uniforme réalise un **tour complet**.* $T = \frac{2\,\pi}{\omega} \rightarrow (s)$

La Fréquence *est le **nombre du tour** réalisée par chaque point du solide en rotation uniforme pendant **une seconde**.* $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\,\pi} \rightarrow (Hz)$

Mouvement	*Fréquence(Hz)*
Palette d'un ventilateur	5
Cylindre d'une machine à laver	13.3
Mouvement d'un CD	6.67
Mouvement de la terre autour de son axe de rotation	$1{,}16.10^{-5}$

3 – Equation horaire du mouvement :

*Les **équations horaires** de mouvement d'un point du solide en **rotation uniforme autour d'un axe fixe** sont :*

$$\theta(t) = \omega.t + \theta_0 \qquad\qquad s(t) = V.t + s_0$$

Tel que : θ_0 *: c'est l'**abscisse angulaire** à l'instant* $t = 0$.
s_0 *: c'est l'**abscisse curviligne** à l'instant* $t = 0$.

On a $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ **. On considère que** $\Delta t = t - t_0$ **avec** $t_0 = 0$ **et** $\Delta\theta = \theta(t) - \theta_0$

Alors $\omega = \frac{\theta(t)-\theta_0}{t}$ **d'où l'équation horaire de mouvement est** $\theta(t) = \omega.t + \theta_0$