



Exercice01 : 1) Déterminer et dénombrer les diviseurs naturels de 156

12) Déterminer dans \mathbb{Z} tous les diviseurs de -8

Exercice02 :

1) $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$ et $c \in \mathbb{Z}$ et $x \in \mathbb{Z}$ et $y \in \mathbb{Z}$

a) montrer que si $a \nmid 2b+c$ et $a \nmid b+c$ alors $a \nmid c$

b) montrer que si $a \nmid 2b+3c$ et $a \nmid b+c$ alors $a \nmid c$

c) montrer que si $a \nmid x-y$ et $a \nmid b-c$ alors $a \nmid xb-cy$

2) $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ et $a \nmid 12n+1$ et $a \nmid -2n+3$

Montrer que $a \nmid 19$

3) $d \in \mathbb{Z}$ et $a \in \mathbb{Z}$ et $d \nmid n^2+3$ et $d \nmid 2n-1$

Montrer que $d \nmid 13$

Exercice03 : $a \in \mathbb{Z}$ et $x \in \mathbb{Z}$

Montrer que : $\begin{cases} a \nmid 5x-7 \\ a \nmid 2x+3 \end{cases} \Rightarrow a \nmid 29$

Exercice04 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$:

3 divise $4^n - 1$

Exercice05 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles : $n + 2/3n + 1$

Exercice 06 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$

Représente un entier relatif ?

Exercice07 : Résoudre dans \mathbb{N}^2 les équations suivantes : a) $x^2 - y^2 = 32$ avec $x > y$

b) $2xy + 2x + y = 99$

Exercice08 : Déterminer les restes dans la division par 9 des nombres suivants : 23451^{100} ; 100^{23451} ; $23451^{100} + 100^{23451}$

Exercice09 : 1) Montrer que : $5^8 \equiv -1[17]$

2) Déterminer les restes dans la division par 17 des nombres suivants : 5^{16} ; 5^{500} .

Exercice10 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$ Si 17 est le reste de la division euclidienne de a par 19

Et Si 15 est le reste de la division euclidienne de b par 19 Déterminer le reste de la division euclidienne des nombres suivants par 19 :

1) $a+b$ 2) $a^2 + b^2$ 3) $2a - 5b$

Exercice11 : Déterminer le reste de la division

du nombres 3^{2007} par 2 et par 13

Exercice12 : Déterminer le reste de la division du nombres 73^{2019} par 7

Exercice13 : Déterminer le reste de la division du nombres $19^{52} \times 23^{41}$ par 7

Exercice14 : Déterminer le reste de la division par 5 du nombres $22^{33} + 33^{22}$

Exercice15: Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ 3 divise $4^n - 1$

Exercice16 : 1) Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 7 du nombres 3^n

2) en déduire le reste de la division par 7 du nombres 2019^{2019}

Exercice17: Résoudre les équations

suivantes dans $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$: 1) $\bar{2}x = \bar{3}$ 2) $x^2 + \bar{3}x = \bar{0}$

3) $\overline{2013}x^3 + \bar{2}x = \bar{k}$

Exercice18 : Résoudre dans $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^2$ l'équations suivants : $x + \bar{3}y = \bar{1}$

Exercice19 : Résoudre dans $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^2$ les système suivants : $\begin{cases} \bar{3}x + \bar{2}y = \bar{1} \\ \bar{2}x + \bar{4}y = \bar{3} \end{cases}$

Exercice20 : 1) Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 10 du nombres 3^n

2) en déduire le chiffre des unités du nombres 2019^{2020}

3) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n tel que : $3^n + 5n + 2 \equiv 0[10]$

Exercice21 : Déterminer le chiffre des unités du nombres 24537^{2018}

Exercice22 : Déterminer tous les entiers naturels n tel que : $2^n \equiv n^2[9]$

Exercice23 : Résoudre dans \mathbb{N} l'équations suivante : $3^n + 5n + 1 \equiv 0[8]$

Exercice24 : Quel est le reste de la division du nombre $22^{33} \times 33^{22}$ par 5?

Exercice25 : Quel est le reste de la division du nombre 3^{2019} par 2 et par 13?

Exercice26 : 1) montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$2^{2n} + 6n - 1$ Est divisible par 9

2) En déduire que : $4^n \equiv 3n + 1[9]$

Exercice27 : Quel est le reste de la division du nombre $1653^{351} + 43^{137}$ par 11?

Exercice28: $n \in \mathbb{N}$ on pose $U_n = 4^n - 3n - 1$

1)montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = 4U_n + 9n$

2) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$ 9 divise $4^n - 3n - 1$

Exercice29 :montrer que

$$\sqrt[7]{1^{2019} + 2^{2019} + 3^{2019} + 4^{2019} + 5^{2019} + 6^{2019}}$$

Exercice30 : $n \in \mathbb{N}$ on pose $\alpha_n = n^4 - n^2 + 16$

1)montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^2 + 3n + 4$ et $n^2 - 3n + 4$

Sont des nombres pairs

2) En déduire que $\alpha_n = n^4 - n^2 + 16$ n'est pas

Premier

Exercice31 : montrer que $\forall a \in \mathbb{Z} \quad a \wedge (a+1) = 1$

Exercice32 : $n \in \mathbb{N}$ On considère les deux

nombre : $A = n^2 + 3$ et $B = n + 2$

1) montrer que $A \wedge B = (n+2) \wedge 7$

2) déterminer l'entier naturel n tel que : $\frac{n^2 + 3}{n+2} \in \mathbb{N}$

Exercice33: $a = (25^n - 1)(36^n - 1)$ et $b = (5^n - 1)(6^n - 1)$

Calculer les $a \vee b$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exercice34 : Résoudre dans \mathbb{N}^2 les équations suivantes : a) $x^2 - y^2 = 32$ avec $x > y$

b) $2xy + 2x + y = 99$

Exercice35 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles : $n + 2/3n + 1$

Exercice 36 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$

Représente un entier relatif ?

Exercice37 :déterminer : $d = (-8316) \wedge 1080$

et $m = 8316 \vee 1080$

Exercice38 :si $2 = a \wedge b$ et $-12 = a \times b$

déterminer : $a \vee b$

Exercice 39: n et a et b des entiers naturels Démontrer que si q est le quotient de la division euclidienne de n par a et q' est le quotient de q par b Alors q' est aussi le quotient de n par ab

Exercice 40: Déterminer le reste de la division euclidienne de $19^{52} \times 23^{41}$ par 7

Exercice41 : 1)montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$

$$(n+1)^{2019} - 1 \equiv 0[n]$$

2) montrer que: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 4^{2n+2} \equiv 1[15]$

Exercice42: $n \in \mathbb{N}$ on pose $U_n = 4^n - 3n - 1$

1)montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = 4U_n + 9n$

2) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$ 9 divise $4^n - 3n - 1$

Exercice43 : Résoudre dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ l'équation:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Exercice 44: $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$ et $c \in \mathbb{Z}$ et $d \in \mathbb{Z}$ tels que : $a = bc + d$

1) montrer que $a \wedge b = b \wedge d$

2) En déduire que : $a \wedge b = b \wedge (a - bc)$

Exercice45 : $a \in \mathbb{N}$ On considère les deux nombres : $A = 35a + 57$ et $B = 45a + 76$ montrer que $A \wedge B = 1$ ou $A \wedge B = 19$

Exercice46 : $x \in \mathbb{N}^*$ et $y \in \mathbb{N}^*$ On considère les deux nombres : $a = 9x + 4y$ et $b = 2x + y$

1)montrer que $x \wedge y = a \wedge b$

2) $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = n^2 + 5n + 13$ et $b = n + 3$

a)montrer que $a \wedge b = b \wedge 7$

b)en déduire les valeurs possibles $a \wedge b = d$

c)montrer que : $n \equiv 4[7] \Leftrightarrow a \wedge b = 7$

d)en déduire les valeurs de $n \in \mathbb{N}$ tel que : $a \wedge b = 1$

Exercice 47: $n \in \mathbb{Z}$ on pose : $d_n = (2n+8) \wedge (3n+15)$

1) montrer que $d_n \neq 6$

2)déterminer les les entiers relatifs n tel que $d_n = 6$

Exercice 48: $a \in \mathbb{N}^*$ et $b \in \mathbb{N}^*$ et $a \geq 3$

et a est impair et on pose : $d = (2^a - 1) \wedge (2^b + 1)$

1) a)montrer que $2^{ab} \equiv 1[d]$

b)montrer que $2^{ab} \equiv -1[d]$

2) En déduire que : $d \in \{1; 2\}$

3)montrer que $d = 1$

Exercice49 : montrer que : $2^{4^{n+1}} + 5 \equiv 0[21] \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice 50 : déterminer le nombre entier naturel n Tel que le quotient de la division euclidienne de n par 25 est p et le reste est p^2 ($p \in \mathbb{N}$)

Exercice51: $b \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{Z}$

si q est le quotient de la division euclidienne de $a-1$ par b déterminer le quotient de la division euclidienne de $ab^9 - 1$ par b^{10}

Exercice52 : 1)montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$$(n+2)^{n+2} - 2^{n+2}(n+1) \equiv 0[n^2]$$

2) montrer que: $7^{7^{7^{7^7}}} \equiv 3[10]$

Exercice53 :

1)a)en déduire que : $2^{4k+r} \equiv 2^r [5] \quad \forall (k; r) \in \mathbb{N}^2$

b) Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 5 du nombres 2^n

2) montrer que $\frac{5}{17^{4p+2} + 32^{4p+3} + 3} \forall p \in \mathbb{N}^*$

3) montrer que $\frac{5}{1^{2006} + 2^{2006} + 3^{2006} + 4^{2006}}$

Exercice54 : déterminer le chiffre des unités des nombres suivants : 1) $2019^{2020^{2021}}$ 2) $1987^{1991^{1983}}$

Exercice55 : soit $N = \overline{dcba}$ un entier naturel montrer que : $N \equiv a - b + c - d [11]$

Exercice56 :

1) En utilisant l'algorithme d'Euclide calculer :

$$67 \wedge 39$$

2) en déduire deux nombres relatifs u et v tel que : $39u + 67v = 1$

Exercices pour le 2bac SM

Exercice57 : montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$

$$(3n+1) \wedge (7n+2) = 1$$

Exercice58 : montrer que l'ensemble des solutions du système suivant est non vide :

$$\begin{cases} n \equiv 2[11] \\ n \equiv 3[7] \end{cases}$$

Exercice59 : résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation suivante : (E) $7(x-2) = 3(y+1)$

Exercice60 : déterminer l'entier naturel n tel

$$\text{que : } \frac{n(n^2 + 3n - 2)}{n+1} \in \mathbb{N}$$

Exercice61 : déterminer dans \mathbb{N}^2 les couples

$$(x; y) / \begin{cases} x + y = 48 \\ x \wedge y = 4 \end{cases} \text{ avec } x \leq y$$

Exercice62: résoudre dans \mathbb{Z} le système

$$\text{suivant: } \begin{cases} 2x \equiv 3[7] \\ 3x \equiv 1[5] \end{cases}$$

Exercice63: 1) Montrer que : $\forall a \in \mathbb{Z}^*$ et $\forall b \in \mathbb{Z}^*$

$$\text{on a : } a \wedge b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a \wedge (a+b) = 1 \\ b \wedge (a+b) = 1 \\ a \wedge b(a+b) = 1 \\ (a+b) \wedge ab = 1 \end{cases}$$

Exercice64 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$

$$(2n+5) \wedge (n^2 + 5n + 6) = 1$$

Exercice65 : en utilisant Fermat Montrer que :

$$1) 3^{13} + 5^{35} + 7^{57} \equiv 1[11]$$

$$2) 2^{16n+1} + 7^{32n+2} \equiv 0[17]$$

Exercice66 : écrire dans le système de numération a base 3 le nombre 73

Exercice67 : déterminer les entiers naturels x et y tel que : $\overline{x0y}_{(5)} = \overline{y0x}_{(7)}$

Exercice68 :1) résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

$$\bar{2}x^3 + x + \bar{3} = \bar{0}$$

2) déterminer les entiers naturels n tels que : 7 divise $\overline{2013}_{(n)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs
et exercices

Que l'on devient un mathématicien

