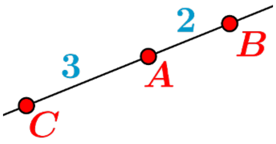
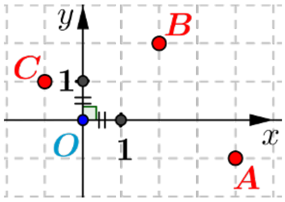
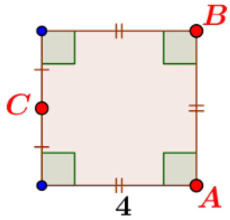
Produit scalaire dans l'espace
Exercices

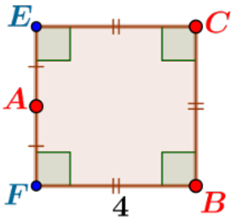
Rappel : produit scalaire dans le plan

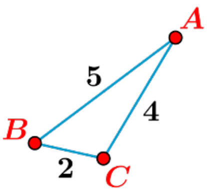
Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans chacun des cas suivants :

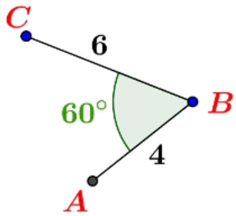










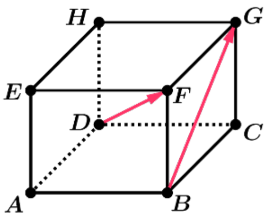


Calculer un produit scalaire dans l'espace

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

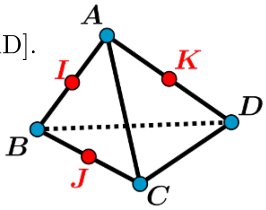
Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{BG}$:

1) sans utiliser de repère.
2) à l'aide d'un repère.

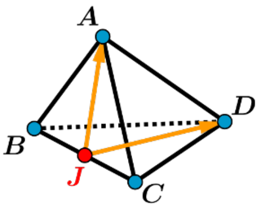


ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a.
I, J et K sont les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AD].
Déterminer les produits scalaires suivants :

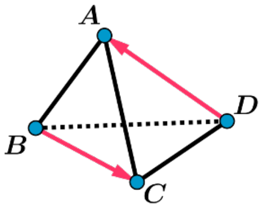
1) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$
2) $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{AJ}$
3) $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{CD}$
4) $\overrightarrow{JK} \cdot \overrightarrow{AD}$



ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a.
J est le milieu de [BC].
Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{JA} \cdot \overrightarrow{JD}$

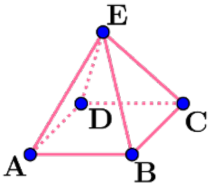


ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a.
Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$

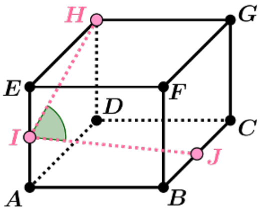


ABCDE est une pyramide à base carrée de sommet E.
Toutes les arêtes sont de même longueur a.
Déterminer les produits scalaires suivants :

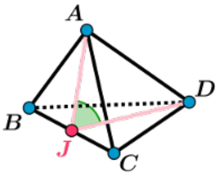
$\overrightarrow{\mathrm{EA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{EB}}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{EA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{EC}}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{EA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DC}}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{ED}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DB}}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{DB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{EC}}$



ABCDEFGH est un cube de côté a.
I et J sont les milieux respectifs de [AE] et [BC].
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HIJ}$ à $0.1\,^{\circ}$ près.



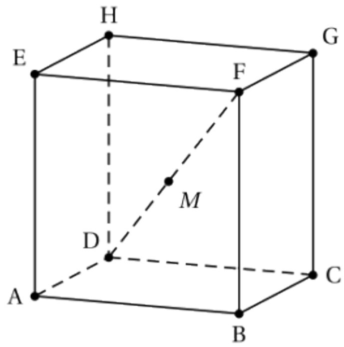
ABCD est un tétraèdre régulier de côté a.
J est le milieu de [BC].
Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{AJD}$ à $0.1\,^{\circ}$ près.



Angle maximal dans l'espace - produit scalaire - Bac S Liban 207

On considère un cube ABCDEFGH dont la représentation graphique en perspective cavalière est donnée ci-contre. Les arêtes sont de longueur 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(\mathrm{D}; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH}\right)$.

À tout réel x de l'intervalle $[0;1]$, on associe le point M du segment [DF] tel que $\overrightarrow{\mathrm{DM}} = x\overrightarrow{\mathrm{DF}}$. On s'intéresse à l'évolution de la mesure θ en radian de l'angle $\widehat{\mathrm{EMB}}$ lorsque le point M parcourt le segment [DF]. On a $0 \leq \theta \leq \pi$.



1) Que vaut θ si le point M est confondu avec le point D ? avec le point F ?
2) Justifier que les coordonnées du point M sont $(x; x; x)$.
3) Montrer que $\cos(\theta) = \dfrac{3x^2 - 4x + 1}{3x^2 - 4x + 2}$.
4) On a construit ci-dessous le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{3x^2 - 4x + 1}{3x^2 - 4x + 2}$.

x	0		$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
Variations de f	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0

Pour quelles positions du point M sur le segment [DF] :
a) le triangle MEB est-il rectangle en M ?
b) l'angle θ est-il maximal ?