TD-ETUDE DES FONCTIONS

Exercice1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=\frac{1}{12}x^4-2x^2+x+\frac{2}{3}$

1. Déterminer les dérivées première et seconde de la fonction f.
2. Dresser le tableau de signe de f''(x).et étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent

Exercice2 : Soit la fonction f définie sur $I=[0;\pi]$ par : $f(x)=\sin^2 x$ Étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur I

Exercice3 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=x^2\sqrt{1+x}$

1. étudier la dérivabilité de f a droite en $x_0=-1$.
2. donner une interprétation géométrique

Exercice4 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\frac{2x-1}{3x-6}$

déterminer les limites aux bornes de D_f et (Donner une interprétation géométrique des résultats)

Exercice5 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

Monter que la droite (Δ): $y=-1$ est une asymptote horizontal a la courbe C_f au voisinage de $-\infty$

Exercice6 : Soit f la fonction définie par :

$\forall x\in\mathbb{R}^*$: $f(x)=2+\frac{x-1}{x^2}$

étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontal a la courbe C_f au voisinage de ∞

Exercice7 : Soit f la fonction définie par :

$\forall x\in\mathbb{R}^*-\{3\}$: $f(x)=2x-1+\frac{1}{x-3}$

montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice8 : Soit la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x}$ étudier les branches paraboliques au voisinage de $+\infty$

Exercice9 : Soit la fonction définie par :

$f(x)=x^3$ étudier les branches paraboliques au voisinage de $+\infty$

Exercice10 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$f(x)=x+\sqrt{x}$

Exercice11 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x^2+1}$

1)Déterminer D_f

2) montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice12 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x-x^2}$

1)Déterminer D_f

2) montrer que la La droite (Δ): $x=\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice13 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=3x^2-2x+5$

montrer que la La droite (Δ): $x=\frac{1}{3}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice14 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-3}$

montrer que la La droite (Δ): $x=2$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice15: Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\cos x$

montrer que la La droite (Δ): $x=k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice16 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\frac{x^2-x}{x+1}$

1) montrer que : $\forall \in D_f$: $f(x)=x-2+\frac{2}{x+1}$

2)montrer que le point $\Omega(-1;-3)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice17 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sin x-\cos x$

montrer que le point $\Omega\left(\frac{\pi}{4};0\right)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice18 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{4x^2+2x-2}$

1)Déterminer D_f

2) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer $f'(x)$

3) calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

4) montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice19 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=x^3-3x+3$

1) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f

2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

3) dresser le tableaux de variation de f

4) Étudier la concavité de la courbe de (C_f) et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur $\mathbb{R}$

5)montrer que le point $I(0;3)$ est un centre de symétrie de (C_f) et déterminer l'équation de la tangente (T) a la courbe (C_f) en $I(0;3)$

6) on utilisant le tableaux de variation de f monter que l'équation : $f(x)=0$ admet une solution unique α tel que : $\alpha \prec -1$ et vérifier que $-2.2 \prec \alpha \prec -2.1$ et déterminer le signe de $f(x)$

7) Tracer la courbe Cf et discuter suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation : $x^3-3x+3=m$

Exercice20 :soit f une fonction définie par :

$f(x)=2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

3) étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontal

4) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f

5) déterminer les points d'intersections de (C_f) avec l'axe des abscisses f

6) montrer que la droite d'équation $x=\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de (C_f)

7) tracer la courbe (C_f)

Exercice21 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-3}$

1) déterminer les limites aux bornes de D_f

2)déterminer les réels a et b tel que :

$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-3}$ $\forall x\in D_f$

3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

4) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f

5) montrer que le point $\Omega(3;4)$ est un centre de symétrie de (C_f)

6) calculer $f''(x)$ $\forall x\in D_f$ et étudier la concavité de la courbe de f

7) étudier la position de courbe (C_f) et son asymptote oblique (Δ)

8) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repére

9) déterminer l'équation de la tangente (T) a la courbe (C_f) en $x_0=2$

9) tracer la courbe (C_f)

Exercice 22: Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$

1)Déterminer D_f

2) Déterminer les limites aux bornes de D_f

3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

4) étudier la dérivabilité de f adroite de 2 et à gauche de -1

5) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f

6) tracer la courbe (C_f)

Exercice23: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période $T = \pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-\pi;\pi]$

Exercice24: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 4\sin x + \cos 2x$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période $T = 2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4)donner l'équation de la tangente (T) a la courbe de f en en $x_0 = 0$

5) calculer $f''(x)$ en fonction de $\sin x$

6)déterminer les points d'inflexions de la courbe (C_f)

7) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi;4\pi]$

Exercice25: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0;\pi]$

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi;2\pi]$

Autre exercices

Exercice1 : Soit f la fonction définie par :

$f(x) = 2x^2+2x-1$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f.
3. Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

Exercice2 : Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{2x^2 - x}{x-1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g.
2. Déterminer les limites aux bornes de D_g
3. Effectuer la division de $P(x) = 2x^2 - x$ sur $(x-1)$

puis en déduire que $(\forall x \in D_g)$ $g(x) = 2x + 1 + \dfrac{1}{x-1}$

4. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) - (2x+1)$

On dit que la droite (Δ): $y = 2x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$

Exercice3 : Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

1. Déterminer le domaine de définition de h et étudier sa parité.
2. Etudier les limites en $+\infty$ et $-\infty$
3. Déterminer la fonction dérivée de la fonction h et dresser le T.V
4. Déterminer l'équation de la tangente en $O(0,0)$
5. Etudier les positions relatives de T et la courbe
6. Tracer la courbe Cf

Exercice4 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x - E(x)$

1. Tracer la courbe de la fonction f sur $[0,2[$.
2. Etudier la limite $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$
3. Que remarquer vous ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien