

TD : LA DERIVATION : Exercices d'applications et de réflexion

PROF: ATMANI NAJIB

1BAC SM BIOF

TD :LA DERIVATION

Exercice1 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x - 3$. Justifier que f est dérivable en -2 et préciser $f'(-2)$

Exercice2 : Calculer le nombre dérivé de $f(x) = x^3 + x$ en $a = 1$ en utilisant la deuxième formulation de la dérivation

Exercice3 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 + x; x < 0 \\ f(x) = -2x^2 + 3x; x \geq 0 \end{cases}$$

Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 3$ et que $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$

Que peut-on conclure ?

Exercice4 : Soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \dots x \geq 1 \\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4} \dots x < 1 \end{cases}$$

étudier la dérивabilité de f en $x_0 = 1$

Exercice5 : Soit f une fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - |x|$$

étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$

Exercice6 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 + x; x < 0 \\ f(x) = -2x^2 + 3x; x \geq 0 \end{cases}$$

1- Montrer que f est dérivable en $a = -2$.

2- f est-elle dérivable en 0.

Exercice7 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| + 2x$$

1- Ecrire une expression de f sur \mathbb{R} sans valeur absolue.

2- Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de -1 .

3- f est-elle dérivable en -1 .

Exercice8 Déterminer une fonction affine

tangente en -3 de la fonction $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Exercice9 : Donner une approximation de $\sin 3$

Exercice10 : soit f une fonction définie sur $]-\pi; \pi[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\tan \frac{x}{2}} \dots si x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) étudier la dérivable de f en 0

2) Donner une valeur approchée du nombre : $f(10^{-5})$

Exercice11 : Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction $f(x) = \sin x$ en $A(0, f(0))$

Exercice12 : soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (1+x)\sqrt{1-x^2} \dots 0 \leq x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x^3 - x} \dots x > 1 \end{cases}$$

1) déterminer le domaine de définition de f

2) étudier la dérivable de f à droite en $x_0 = 0$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3) étudier la dérivable de f à droite et à gauche en $x_0 = 1$ et donner une interprétation géométrique

Exercice13 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

1) étudier la dérivable de f à droite en $x_0 = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

2) étudier la dérivable de f à gauche en $x_0 = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3) étudier la dérivable de f en $x_0 = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

4) donner l'équation de la demie tangente à droite à la courbe de f en $x_0 = 1$

4) donner l'équation de la demie tangente à gauche à la courbe de f en $x_0 = 1$

Exercice13 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 2x^2 + x.$$

Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R}

Exercice14 : 1- Déterminer la fonction dérivée de la fonction \sin sur \mathbb{R} .

2- Déterminer la fonction dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur \mathbb{R}^{*+} et sur \mathbb{R}^{*-}

Exercice15 : Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes : 1) $f(x) = 11$

$$2) f(x) = 7x + 15 \quad 3) f(x) = x^3 \quad 4) f(x) = \sin(5x - 1)$$

Exercice16 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 7x + 15 - \frac{1}{x} + \sqrt{x}$

Exercice17 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction suivante : $f(x) = (5x^2 + 1)(3x - 1)$

Exercice18 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x) = (3x + 4)^3$

Exercice19 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

Exercice20 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$

Exercice21 : Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x}$

Exercice22 : Soit $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

Etudier le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée.

Exercice23 : Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = 4x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x + 1 \quad 2) f(x) = \frac{3}{x}$$

$$3) f(x) = 4\sqrt{x} - 1 \quad 4) f(x) = \cos 2x + 3 \sin 3x$$

$$5) f(x) = (3x^2 + 2)(7x + 1) \quad 6) f(x) = \frac{1}{5x + 7} \quad 7) f(x) = \frac{7x}{x^3 + 1}$$

Exercice24 : Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes ;

$$1. f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{x^2 + 1} \quad 2. f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 3x + 1}$$

Exercice25 : déterminer $f'(x)$ dans les cas

$$\text{ suivants : } 1) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad 2) f(x) = \frac{1}{(2x + 1)^5}$$

$$3) f(x) = (5x^3 - 3)^4 \quad 4) f(x) = \sqrt{2x^2 - 6x + 4}$$

$$5) f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \quad 6) f(x) = x + \frac{x^2}{x - 1}$$

$$7) f(x) = \sqrt{\frac{2x + 1}{x - 3}} \quad 8) f(x) = x \cos x$$

$$9) f(x) = \tan^2 x \quad 10) f(x) = \cos x \times \sin x$$

$$11) f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \quad 12) f(x) = \frac{(1 + 2x + x^2)^5}{4}$$

$$13) f(x) = 1 + x + \frac{x - 1}{\sqrt{2 + x^2}} \quad 14) f(x) = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$$

Exercice 26: Etudier le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée dans les cas suivants :

$$1) f(x) = x^2 + 3x - 1 \quad 2) f(x) = 4 \sin x$$

$$3) f(x) = x^4 \cos x \quad 4) f(x) = \sqrt{x} + x^3$$

$$5) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad 6) f(x) = \frac{6}{4x^2 + 3x - 1}$$

$$7) f(x) = \frac{4x - 3}{2x - 1} \quad 8) f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$9) f(x) = (2x + 3)^5$$

Exercice27 : soit f une fonction définie sur

$$I =]-\pi; \pi[\text{ par : } \begin{cases} f(x) = 2 \frac{\cos x - 1}{\sin x}; \text{ si } ... 0 < x < \pi \\ f(x) = \frac{x|x+1|}{x-1}; \text{ si } ... -\pi < x \leq 0 \end{cases}$$

1) montrer que f est dérivable en $x_0 = 0$

et donner l'équation de la tangente à la courbe de f en $x_0 = 0$

2)a) étudier la dérивabilité de f en $x_0 = -1$

b) donner les équations des deux tangentes à la courbe de f en $x_0 = -1$

Exercice28 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{3x - 2} \left(\frac{2x + 1}{x - 1} \right)^3$$

1) déterminer le domaine de définition D_f de f

2) déterminer le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée

Exercice29 : en utilisant la dérivée calculer les

$$\text{ limites suivantes : } 1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)^{2018} - 1}{x+1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement

Aux calculs et exercices Que l'on devient Un mathématicien