

LES SUITES NUMERIQUES

Exercice1:soit $(u_n)_n$ la suite définie par :

$$u_n = 2n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1)Calculer : les quatres 1ere termes de la suite $(u_n)_n$

2) Calculer: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n$

Exercice2: soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 7 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Calculer : $u_1; u_2; u_3$

Exercice3: Suites numériques du second ordre.

soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$\begin{cases} v_0 = 1; v_1 = -1 \\ v_{n+2} = 2v_{n+1} - 3v_n \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Calculer : $v_2; v_3; v_4$

Exercice4:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$u_n = \frac{n+1}{2n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad : \frac{1}{2} < u_n \leq 1$

Exercice5:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1- Calculer les 3 premiers termes.

2- Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad : 0 \leq u_n$

3- Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad : u_n \leq 2$

Exercice6:soit $(v_n)_{n \geq 1}$ la suite définie par :

$$v_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

1)Montrer que $(v_n)_{n \geq 1}$ est minorée par 0

2)Montrer que $(v_n)_{n \geq 1}$ est majorée par $\frac{1}{2}$

3)Que peut-on déduire ?

Exercice7:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Calculer u_1 et montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée par 1

Exercice8:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{7u_n}{2u_n + 1} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée par 1 et majorée par 3.

Exercice9:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = 3n^2 + 6n - 4 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée

Exercice10:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie

par :
$$u_n = \frac{2 + \cos n}{3 - \sin \sqrt{n}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée

Exercice11:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie

par :
$$u_n = (-1)^n \sin \sqrt{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée

Exercice12:Soit la suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie

par :
$$u_n = \frac{-n}{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que : $u_{n+1} - u_n \leq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice13:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer par récurrence que $u_n \leq u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice14:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

par :
$$\begin{cases} u_0 = 1; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n - 2 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Montrer que suite : $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante.

Exercice15:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{k} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice16:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice17:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

$$\text{par : } \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée par 2

2) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4

3) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice18:soit $(u_n)_n$ la suite définie par :

$$u_n = 3n + 8 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Calculer $u_{n+1} - u_n$

Exercice19: soient Les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$

définies par : $u_{n+1} = u_n - 3$ et $u_0 = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$v_n = n^2 + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Etudier la nature des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice20: Déterminer le réel x pour que les nombres $(3x - 1)$; $(1 - 4x)$ et $(x - 5)$ soient les termes consécutifs d'une suite Arithmétique pour laquelle il faut déterminer la raison.

Exercice21:Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que

$$u_1 = 3 \text{ et } u_5 = 9$$

1) Déterminer sa raison r

2) Déterminer son premier terme u_0 .

3) écrire u_n en fonction de n

Exercice22:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite récurrente définie

$$\text{par : } \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases} \text{ et on considère la suite}$$

$(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique

2) écrire u_n en fonction de n

Exercice23: calculer en fonction de n les sommes suivantes :

$$1) s_n = \sum_{k=1}^{k=n} k = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$2) s_n' = \sum_{k=0}^{k=n} (2k + 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1)$$

Exercice24: Une entreprise de transport possède 40 camions en décembre 1991. L'évolution de l'entreprise est telle que celle-ci doit acheter 8 camions supplémentaires chaque année.

1) Calculer le nombre de camions que possède l'entreprise en 1992, en 1993 et en 1994.

2) Ces nombres forment une suite.

a) Donner la nature de cette suite.

b) Préciser le premier terme u_1 et la raison de cette suite.

c) Donner l'expression du nombre U_n de camions que possède l'entreprise l'année n .

3) Quel est le nombre de camions que possède l'entreprise en 2002 ?

Exercice25:Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que

$$u_1 = \frac{3}{2} \text{ et } u_4 = \frac{3}{16} \quad 1) \text{ Déterminer sa raison } q$$

2) écrire u_n en fonction de n

Exercice26:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - u_n} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ et on considère la suite}$$

$$(v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ définie par : } v_n = 1 - \frac{2}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique

2) écrire u_n en fonction de n

Exercice27 : Un jeune homme se prépare à l'examen du baccalauréat ; son père, pour l'encourager, lui demanda ce qu'il désirait en récompense

Mon examen devant avoir lieu le 20 juin, répond-t-il, donne-moi seulement 1 centime le 1^{er} juin, 2 centimes le lendemain, 4 centimes le surlendemain, en doublant chaque jour jusqu'au 20 inclusivement. Et donne moi la somme. J'emploierai cet argent pour faire un voyage pendant les vacances.

Le père pensa qu'avec cette somme son fils n'irait pas loin ; mais au bout de quelques jours, il commença à s'apercevoir de son erreur.

Avec quelle somme le fils va-t-il pouvoir partir en vacances ?

Exercice28: calculer en fonction de n la somme suivante :

$$s_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Exercice29: Déterminer le réel x pour que les nombres : $(1 + x^2)$; $(3 + x)$ et 10 soient les termes consécutifs d'une suite géométrique dans cet ordre et déterminer sa raison.

Exercice30:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{1}{27}(12u_{n+1} - u_n) \\ u_0 = 2; u_1 = \frac{4}{9} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

et on considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = u_n - \frac{1}{3^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que $u_{n+1} = \frac{1}{9}u_n + \frac{2}{3^{n+2}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) a)Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

b) écrire v_n et u_n en fonction de n

c) calculer la somme : $s_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

Exercice31:soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n + 2}} \\ u_0 \in]-1; 0[\end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que $-1 < u_n < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite strictement croissante

3) Montrer que $u_{n+1} \geq \frac{u_n}{\sqrt{u_n + 2}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et en déduire que : $u_n \geq \frac{u_0}{\left(\sqrt{u_0 + 2}\right)^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice32:1) La population d'un village de montagne diminue tous les ans de 20 %. Sachant qu'en 1996 elle était de 1 875 habitants, compléter le tableau suivant :

| Année | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|--------------------|------|------|------|------|------|
| Nombre d'habitants | | | | | |

2) Montrer que les nombres d'habitants sont des termes d'une suite dont on déterminera la nature et la raison.

3) À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur :

- a) Déterminer la population de ce village en 2010
- b) Donner l'année d'extinction de ce village si on suppose la diminution de la population constante



C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien