

1^{ère} bac SM

suites numériques

Exercice N°4

Soit $(u_n)_n$ la suite telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{8u_n - 8}{u_n + 2} \end{cases}$$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 < u_n < 4$

2) Etudier la monotonie de $(u_n)_n$

Pour tout n de \mathbb{N} on pose $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$

3) Prouver que $(v_n)_n$ est une suite géométrique

4) Déterminer v_n en fonction de n

5) déduire que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{4 \times 3^n + 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$

exercice 5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Pour tout entier n de \mathbb{N} on pose $v_n = 2^n u_n$

- montrer que $(v_n)_n$ est arithmétique
- déterminer v_n puis u_n en fonction de n

on pose $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$ et $T = \prod_{k=1}^n u_k ; \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

3. montrer que $S_n = 3 - \frac{n+3}{2^n}$ et $T_n = \frac{(n+1)!}{2^{\frac{n(n+1)}{2}}}$ □

exercice N°6

$(u_n)_n$ une suite telle que $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 4n - u_n \end{cases}$

- calculer $u_1 ; u_2 ; u_3$ et u_4
- montrer que $(u_{2n})_n$ est arithmétique
- déterminer u_{2n} puis u_{2n+1} en fonction de n
pour tout n de \mathbb{N} on pose $v_n = u_n + 1 - 2n$
- prouver que $(v_n)_n$ est géométrique
- déterminer v_n et u_n en fonction de n

Exercice 1

On considère la suite $(u_n)_n$ définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = 2u_n + 1 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

Pour tout n de \mathbb{N} on pose $v_n = u_n - \alpha$

- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n \geq n$
- Déduire que $(u_n)_n$ n'est pas majorée
- déterminer α pour que $(v_n)_n$ soit géométrique
- on prend $\alpha = -1$ et on pose $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$
déterminer v_n et u_n en fonction de n
puis S_n en fonction de n

exercice N°2

On considère la suite $(u_n)_n$ définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

On pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 < u_n \leq 2$
- montrer que $(u_n)_n$ est décroissante
- montrer que $(v_n)_n$ est une suite arithmétique
- déterminer u_n en fonction de n puis calculer

$$S_{2017} = \sum_{k=0}^{2016} v_k$$

exercice 3

$(u_n)_n$ une suite telle que : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n} \end{cases}$

Pour tout n de \mathbb{N} on pose $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

- montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 3$
- étudier la monotonie de $(u_n)_n$
- a) montrer que $(v_n)_n$ est géométrique
b) calculer u_n en fonction de n
c) déterminer :

$$S_n = \sum_{k=0}^n v_k \text{ et } P_n = \prod_{k=0}^n v_k \text{ en fonction de } n$$