

CALCUL TRIGONOMETRIQUE

A) Formules de transformations :

1) Pour tous réels x et y on a :

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y \quad (1)$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y \quad (2)$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y \quad (3)$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y \quad (4)$$

Pour tout réel x on a :

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \text{et} \quad \cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 \quad \cos x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

2) Formules de la tangente.

Soient x et y deux réels tels que :

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{et} \quad y \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{on a :}$$

$$1) \text{ Si } (x + y) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ alors } \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \times \tan y}$$

$$2) \text{ si } x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \text{ alors : } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$3) \text{ Si } (x - y) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ alors :}$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \times \tan y}$$

3) Les valeurs trigonométrique en fonction

$$\text{de : } t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

Soit x un réel tel que : $x \neq \pi + 2k\pi$ On posant :

$$t = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \text{ Si de } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ et } x \neq \pi + 2k\pi \text{ on a :}$$

$$1) \cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad 2) \sin x = \frac{2t}{1 + t^2} \quad 3) \tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$$

4) Transformations des sommes en produits

Pour tous réels p , q , on a :

$$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

5) Transformations des produits en sommes.

Pour tous réels x , y on a :

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

La linéarisation d'une expression c'est de l'écrire sous la forme d'une somme.

B) LES EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES.

1) **Rappelles** : $k \in \mathbb{Z}$

$$a) \cos x = \cos x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -x_0 + 2k\pi$$

$$b) \sin x = \sin x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - x_0 + 2k\pi$$

$$c) \tan x = \tan x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + k\pi$$

2) **L'équation** : (E): $a \cos x + b \sin x + c = 0$

Soient a et b deux réels non nuls on a :

Pour tout réel x :

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right)$$

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \varphi \cos x + \sin \varphi \sin x)$$

où le réel φ est déterminé par :

$$\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{et} \quad \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi)$$

L'équation $a \cos x + b \sin x + c = 0$ se ramène à :

$$\cos(x - \varphi) = \frac{-c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

