

**TD-PRODUIT SCALAIRES DANS  $\mathcal{V}_2$**   
**Etude analytique -Applications : cercle**

**Exercice1 :** dans Le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  Considérons les points

$A(1; -3)$  et  $B(3; 7)$  et  $C(-3; 1)$

- 1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C
- 2) Calculer la surface du triangle ABC

**Exercice2:** dans Le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  Considérons les points

$A(5; 0)$  et  $B(2; 1)$  et  $C(6; 3)$

- 1) Calculer  $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$  et  $\sin(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

2) en déduire une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

**Exercice3 :** déterminer une équation cartésienne de la droite ( $D$ ) qui passe par  $A(0; 1)$  et qui admet  $\vec{n}(2; 1)$  comme vecteur normal

**Exercice4 :** donner un vecteur normal à la droite ( $D$ ) dans les cas suivants : 1) ( $D$ ):  $x - 2y + 5 = 0$

2) ( $D$ ):  $2y - 3 = 0$  3) ( $D$ ):  $x - 1 = 0$

**Exercice5 :** dans Le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  Considérons les points

$A(-3; 0)$  et  $B(3; 0)$  et  $C(1; 5)$

- 1) déterminer une équation cartésienne de la droite ( $D$ ) perpendiculaire à la droite ( $AB$ ) passant par  $C$
- 2) déterminer une équation cartésienne de la droite ( $\Delta$ ) parallèle à la droite ( $AB$ ) passant par  $C$

**Exercice6 :** dans Le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère orthonormé  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  Considérons les points  $A(1; 2)$  et  $B(-2; 3)$  et  $C(0; 4)$

- 1) déterminer une équation cartésienne

de la droite ( $D$ ) médiatrice du segment  $[AB]$

2) déterminer une équation cartésienne de la droite ( $\Delta$ ) la hauteur du triangle ABC passant par A

**Exercice7 :** ( $D$ ):  $2x + 3y - 1 = 0$  et

( $D'$ ):  $\frac{3}{2}x - y + 4 = 0$

Etudier la position relative de ( $D$ ) et ( $D'$ )

**Exercice8 :** Soient la droite ( $D$ ) d'équation :

( $D$ ):  $3x + 4y + 5 = 0$

1) Déterminer les coordonnées du point  $H$  la projection orthogonale de  $O$  sur ( $D$ )

2) calculer La distance du point  $O$  à la droite ( $D$ )

3) Déterminer les coordonnées du point  $O'$  le symétrique de  $O$  par rapport à la droite ( $D$ )

**Exercice9:** dans Le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère orthonormé et direct  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  Considérons les points

$A(1; -1)$  et  $B(4; -1)$  et  $C(-2; 2)$

1) Calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

2) en déduire une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

3) Calculer la surface du triangle ABC

4) déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A

5) déterminer une équation cartésienne de la bissectrice de l'angle  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

**Exercice10 :** déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre  $\Omega(-1; 2)$  et de rayon  $r = 3$

**Exercice11 :** Déterminer L'ensemble ( $E$ ) dans les cas suivants :

1) ( $E$ ):  $x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$

2) ( $E$ ):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

3) ( $E$ ):  $x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$

**Exercice12 :** Déterminer une équation du cercle de diamètre  $[AB]$  avec  $A(1; 2)$  et  $B(-3; 1)$



**Exercice13 :** le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. Soient les points

$A(2;3)$   $B(0;1)$ ;  $C(-4;5)$ ;  $E(5;2)$  et  $F(2;4)$

1) Ecrire l'équation du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .

2) Ecrire l'équation du cercle circonscrit au triangle  $OEF$

**Exercice14:** résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + \frac{11}{4} < 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4 > 0 \end{cases}$$

**Exercice15 :** résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} (1): x^2 + y^2 - 4x < 0 \\ (2): x - y - 1 > 0 \end{cases}$$

**Exercice16 :** Etudier la position du cercle de centre  $\Omega(1;2)$  et de rayon  $R = 2$  avec la droite d'équation

$$(D): x + y + 2 = 0$$

**Exercice17 :** Etudier la position du cercle ( $C$ ) de centre  $\Omega(1;2)$  et de rayon  $R = 2$  avec la droite d'équation  $(D): x - y + 2 = 0$

**Exercice18 :** Etudier la position du cercle ( $C$ ) de centre  $\Omega(1;2)$  et de rayon  $R = 1$  avec la droite d'équation  $(D): y = 3$

**Exercice19 :** Soit ( $C$ ) le cercle d'équation :

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \quad (1)$$

1) Vérifier que  $A(0;1) \in (C)$

2) Ecrire l'équation de la tangente au cercle ( $C$ ) en  $A$ .

**Exercice20 :** Déterminer l'équation paramétrique du cercle ( $C$ ) de centre  $\Omega(1;-2)$  et de rayon  $r = \sqrt{2}$  avec  $(\theta \in \mathbb{R})$

**Exercice21 :** Déterminer l'ensemble ( $C$ ) des points

$M(x; y)$  du plan tel que :

$$\begin{cases} x = 3 + \sqrt{3} \cos \theta \\ y = 1 + \sqrt{3} \sin \theta \end{cases} \text{ avec } (\theta \in \mathbb{R})$$

**Exercice22 :** le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. ( $C$ ) l'ensemble des points

$$M(x; y) \text{ du plan tel que : } \begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases} \text{ avec } (\theta \in \mathbb{R})$$

1) montrer que ( $C$ ) est le cercle ( $C$ ) dont on déterminera de centre  $\Omega$  et de rayon  $R$  et une équation cartésienne

2) soit le point  $A(-1;0)$ ; montrer que  $A$  est à l'extérieur du cercle ( $C$ ) et déterminer les équations des deux tangentes au cercle ( $C$ ) passant par  $A$

3) déterminer les équations des deux tangentes au cercle ( $C$ ) et qui sont parallèles à la droite :

$$(D) : 3x - 4y = 0$$

4) a) soit la droite ( $\Delta$ ) d'équation :  $y = x$

Montrer que ( $\Delta$ ) coupe le cercle ( $C$ ) en deux points à déterminer

4) b) déterminer graphiquement l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tel que :  $\frac{x^2 + y^2}{4} \leq x \leq y$

**Exercice23:** le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère  $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. Soient les points

$$A(3;4) \quad B(4;1) \quad C(2;-3)$$

1) montrer que les points  $A$ ;  $B$  et  $C$  sont non alignés

2) Ecrire l'équation du cercle ( $C$ ) passant par  $A$ ;  $B$  et  $C$

**Exercice 24:** le plan ( $\mathcal{P}$ ) est rapporté à un repère

$\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. ( $C_m$ ) l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tel que :

$$(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 2y + 2m = 0 \text{ avec } m \text{ Paramètre réel}$$

1) déterminer l'ensemble ( $C_1$ )

2) a) montrer que  $\forall m \in \mathbb{R} - \{1\}$  ( $C_m$ ) est un cercle dont déterminera le centre  $\Omega_m$  et de rayon  $R_m$

2) b) déterminer l'ensemble des centres  $\Omega_m$  lorsque  $m \in \mathbb{R} - \{1\}$

2) b) montrer que tous les cercles ( $C_m$ ) passent par un point fixe  $I$  dont déterminera et tracer ( $C_0$ ); ( $C_1$ ); ( $C_3$ )

3) a) montrer que la droite ( $\Delta$ ) :  $x = 1$  est tangente à toutes les cercles ( $C_m$ )

3) b) soit  $m > \frac{-3}{2}$  et  $m \neq 1$  et le point  $A(0;1)$

Vérifier que  $A$  est à l'extérieur des cercles ( $C_m$ ) et que la droite ( $AI$ ) n'est pas tangente aux cercles ( $C_m$ )

