

$$\begin{aligned} \Rightarrow (A \cap B) - C &= (A - C) \cap (B - C) \\ \Rightarrow A \cap (B \Delta C) &= (A \cap B) \Delta (A \cap C) \\ \Rightarrow A \cup (B \Delta C) &= (A \cup B) \Delta (A \cup C) \\ \Rightarrow (A \cap B = A) &\Leftrightarrow (A \subseteq B) \\ \Rightarrow (A \cup B = B \cap C) &\Leftrightarrow (A \subseteq B \subseteq C) \end{aligned}$$

Exercice 7

A ; B et C des parties de E

Démontrer que :

$$\odot A \subset B \subset C \Rightarrow A \cup B = B \cap C$$

$$\odot \begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C$$

$$\odot \begin{cases} A \cap B = B \cup C \\ A \cup B = A \cap C \end{cases} \Rightarrow A = B = C$$

$$\odot \begin{cases} A \cup B = C \\ A \cap C = B \end{cases} \Rightarrow A = B = C$$

$$\odot \begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ \overline{A} \cap B = \overline{A} \cap C \end{cases} \Rightarrow B = C$$

$$\odot A - B = A \Leftrightarrow B - A = B$$

Exercice 8

E un ensemble non vide et P(E)

l'ensemble des parties de E

Prouver que :

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cup X = E] \Rightarrow X = E$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cap X = A] \Rightarrow X = E$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cup X = A] \Rightarrow X = \emptyset$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cap X = \emptyset] \Rightarrow X = \emptyset$$

Exercice 9

E un ensemble non vide A et B des parties de E . On considère l'équation

$$A \cup X = B \quad (\alpha) \quad \text{avec } X \in P(E)$$

1) Sous quelle condition (α) admet-elle des solutions

2) Déterminer une solution de (α)

3) soit X une solution de (α) .

a) montrer que $(B - A) \subset X \subset B$

b) déduire l'ensemble des solutions de (α)

Les ensembles

Exercice 1

On pose $A_m = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| < m\}$ et $m \in \mathbb{R}_+$

$\Rightarrow$ déterminer m pour que $A_m \subset]1, 5[$

$\Rightarrow$ déterminer m pour que $A_m \cap]1, 5[= \emptyset$

Exercice 2

$\Rightarrow$ déterminer en extension

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 / 2x^2 + xy - y^2 - 5 = 0\}$$

$\Rightarrow$ déterminer en extension

$$B = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad A = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{3k'\pi}{4} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

Exercice 3

E un ensemble non vide A ; B et C des parties de E

Montrer que :

$$\diamond A \subset B \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$$

$$\diamond A \subset B \Rightarrow A \cap \overline{B} = \emptyset$$

$$\diamond A \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

$$\diamond (A - B) - C = (A - B) \cap (A - C)$$

$$\diamond (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

Exercice 4

On considère $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \right\}$

$\Rightarrow$ montrer que pour tout (x, y) de $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$

$$\text{on a : } (x, y) \in E \Leftrightarrow (x - 5)(y - 5) = 25$$

$\Rightarrow$ déterminer E en extension

Exercice 5

Simplifier

$$1) A \cup (A \cap B)$$

$$2) (A \cup B) \cap (B \cap C) \cap (C \cup A)$$

$$3) (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$$4) \overline{[(A \cap B) \cap (A \cap C)] \cup A}$$

$$5) \overline{A \cup B} \cap \overline{B \cup A}$$

Exercice 6

E un ensemble non vide A ; B et C des parties de E . Montrer que :