

manti.1s.fr	Les ensembles	2016-2015
$H = \{(x, y) \in G^2 / y = x + 3\}$ Exercice 7 On considère les deux ensembles : $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 2y^2 + xy + x + 2y = 0\}$ et $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + 2y = 0\}$ 1) Montrer que $E \neq \emptyset$ et $F \neq \emptyset$ 2) Montrer que $F \subset E$ 3) déterminer y pour que $(1, y) \in E$ a-t-on $E = F$? 4) Déterminer G tel que $E = F \cup G$ Exercice 8 On pose $A = \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} / (x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \right\}$ 1) montrer que $0 \notin A$ et $\frac{1}{2} \in A$ 2) montrer que $A \subset]0, 1]$ 3) a-t-on $A =]0, 1]$? Exercice 9 On considère les ensembles $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$ $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = \sqrt{1 - x^2}\}$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^3 + y^3 = 1\}$ puis on pose $I = [-1, 1]$ 1) Montrer que $A \neq \emptyset$ et $B \neq \emptyset$ 2) Montrer que $B \subset A$ et déterminer $\bar{B}$ le complémentaire de B dans A 3) Montrer que $A \cap D = \{(1, 0); (0, 1)\}$ 4) a) Montrer que $A \subset I \times I$ b) est-ce qu'on a $A = I \times I$? exercice 10 1) montrer que pour tout (a, b) de $]0, 1[$² et (x, y) de $\mathbb{Z}^2$ on a :$(x + a = y + b) \Rightarrow (x = y \text{ et } a = b)$ 2) déterminer en extension$\left\{ (x, y, z) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / \begin{cases} \cos x - 2y = z + \sin x \\ z < 2 \end{cases} \right\}$	Exercice 1 Déterminer en extension les ensembles suivants : $A = \{-3t + 7 / t \in [-1, 2]\}$ $B = \{x^2 - 4x + 1 / x \in [0, 4]\}$ $D = \left\{ \frac{2x + 3}{x + 2} / x \in]-2, 5] \right\}$ Exercice 2 On considère les ensembles $A = \left\{ \frac{2k + 1}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $B = \left\{ \frac{5k' + 4}{3} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ Montrer que $A \cap B = \emptyset$ et $B \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$ Exercice 3 On pose : $A = \{2k + 1 / k \in \mathbb{Z}\}$ Et $B = \left\{ \frac{2k' - 3}{5} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ 1) montrer que $A \subset B$ et $A \neq B$ 2) Déterminer $\bar{A}$ le complémentaire de A dans $\mathbb{Z}$ Exercice 4 On considère les ensembles $A = \{2p + 1 / p \in \mathbb{Z}\} \text{ et } B = \{3q + 2 / q \in \mathbb{Z}\}$ déterminer $A \cap B$ Exercice 5 On pose $A = \left\{ \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ $B = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $C = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ Montrer que $A \subseteq B$ et $B \cap C = \emptyset$ Exercice 6 On considère l'ensemble $E = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 \leq 25\}$ et on pose $F = E \cap [-3, 5] \text{ et } G = E \cap [-2, 4]$ 1) déterminer en extension$F, E, G, \bar{G} \text{ et } \bar{F}$ 2) déterminer en extension	