

EXERCICE (1)

Déterminer en extension les ensembles ci-dessous :

- 1) $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{2|x| - 1}{3} \leq 1 \right\}$
- 2) $E = \left\{ \frac{x}{x+1} > 1 / x \in \mathbb{R} \right\}$
- 3) $C = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{x+6}{x+3} \in \mathbb{Z} \right\}$
- 6) $F = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 / x^2 - y^2 = 4 \right\}$
- 4) $D = \left\{ x \in]-\pi, \pi[/ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$
- 5) $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 / xy - 7x - 5y + 9 = 0 \right\}$
- 7) $G = \left\{ (-1)^n - (-1)^m / n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \right\}$

EXERCICE (2)

On pose $A = \left\{ \frac{3x+2}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\}$ Et $B = \left\{ \frac{3x+4}{2x+2} / x \in \mathbb{R} \right\}$ montrer que $A = B$	On pose $A = \left\{ \frac{x}{x+1} / x \in \mathbb{R}^+ \right\}$ Montrer que $A = [0, 1[$
On pose $A = \{6k' + 1 / k' \in \mathbb{Z}\}$ Et $B = \{3k - 2 / k \in \mathbb{Z}\}$ Montrer que $A \subseteq B$	On pose $F = \left\{ \pi + \frac{2k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ Et $E = \left\{ (2k' + 1)\pi / k' \in \mathbb{Z} \right\}$ Montrer que $E \subseteq F$ a-t-on $F \subseteq E$

EXERCICE (3)

On considère les ensembles $E = \left\{ \frac{3k+4}{12} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $F = \left\{ \frac{6k+1}{12} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

- a) vérifiez que $\frac{1}{3} \in E$ et $\frac{1}{3} \notin F$
- b) montrer que $F \subseteq E$ a-t-on $E = F$?

EXERCICE (4)

On pose $E = \left\{ a + b\sqrt{2} / (a, b) \in \mathbb{Z}^2 \right\}$

- 1) montrer que $E \neq \emptyset$
- 2) soit u un élément de E montrer que $u^2 \in E$
- 3) montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) u^n \in E$

EXERCICE (5)

Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}$. on pose $E = \left\{ n \in \mathbb{Z} / E(na) = E(nb) \right\}$

- 1) supposons que $a < b$ et on pose $\alpha = \frac{1}{b-a}$ montrer que $E \subseteq]-\alpha, \alpha[$
- 2) en déduire que si $E = \mathbb{Z}$ alors $a = b$

EXERCICE (6)

On considère les ensembles :

$A = \{1, 4\}$; $B = \{1, 2, a, b\}$ et $E = \{1, 2, 3, 4, a, b, c\}$

- 1) déterminer X de $P(E)$ tel que $A \cap X = A$
- 2) déterminer Y de $P(E)$ tel que $A \cup Y = A$

EXERCICE (7)

on pose $A = \left\{ x = \sqrt{n^2 + 1} - n / n \in \mathbb{N} \right\}$

- 1) montrer que $A \subset]0, 1[$
- 2) résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $\sqrt{n^2 + 1} - n = \frac{1}{2}$ a-t-on $A =]0, 1[$?

EXERCICE (8)

E un ensemble non vide, A ; B et C trois parties de E montrer que :

- $\Leftrightarrow (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$ $\Leftrightarrow (A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \subset B)$
- $\Leftrightarrow A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$ $\Leftrightarrow (A \cup B = B) \Leftrightarrow (A \subset B)$
- $\Leftrightarrow (A \cup B = B \cap C) \Leftrightarrow (A \subset B \subset C)$ $\Leftrightarrow (A \cap \bar{B} = \emptyset) \Leftrightarrow (A \subset B)$