GROUPE SCOLAIRE GAUSS	CONTRÔLE 3	1 ÈRE BAC SM 2018-2019

Exercice 1

Soient $ABCD$ un carré et G le barycentre des points $(A,1)$; $(B,2)$; $(C,3)$ et $(D,6)$

1) construire le point I barycentre des points $(A,1)$; $(C,3)$

2) soit J tel que D barycentre des points $(B,-1)$; $(J,4)$

Montrer que est J est barycentre des points $(B,1)$; $(D,3)$

3) en déduire que les points I ; J et G sont alignés

Exercice 2

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points $A(2;\sqrt{3})$; $B(4;\sqrt{3})$ et $C(5;0)$ soit (C) l'ensemble des points $M(x,y)$ tel que : $x^2+y^2-6x+5=0$

1) montrer que (C) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon

2) vérifier que $A\in(C)$ puis donner l'équation de la tangente au cercle (C) en A

3) a) calculer $\sin\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$ et déterminer l'aire du triangle ABC

b) calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ puis déterminer une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$

problème

Partie 1)

Soit g la fonction définie sur $[-2,+\infty[$ par : $g(x)=4-x\sqrt{x+2}$

1) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau des variations de g

3) montrer que $(\forall x\in]2,+\infty[)\ \ g(x)<0$ et $(\forall x\in]-2,2[)\ \ g(x)>0$

on remarquer que $g(2)=0$

GROUPE SCOLAIRE GAUSS	CONTRÔLE 3	1 ÈRE BAC SM 2018-2019

Partie (2)

On considère la fonction f définie sur $D=\left[-2,+\infty\right[$ par $f(x)=\dfrac{x+4}{\sqrt{x+2}+1}$

1) calculer les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ interpréter graphiquement les résultats

2) a) vérifier que $\left(\forall x\in D-\{-2\}\right)$ $f(x)-2=\dfrac{x+2}{\sqrt{x+2}+1}\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{x+2}}\right)$

b) étudier la dérivabilité de f à droite de -2

et donner une interprétation graphique du résultat

3) a) montrer que f est dérivable sur $D-\{-2\}$ et que :

$$\left(\forall x\in D-\{-2\}\right)\quad f'(x)=\frac{\left(\sqrt{x+2}+1\right)^2-3}{2\sqrt{x+2}\left(\sqrt{x+2}+1\right)^2}$$

b) étudier les variations de f et vérifier que $f\left(2-2\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}-2$

puis dresser le tableau de variation de f

4) vérifier que $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{\sqrt{x+2}+1}$

étudier la position de (C) par rapport à la droite (Δ) $y=x$

5) tracer la courbe (C) et la droite (Δ) $\left(\text{on donne } 2\sqrt{3}-2\simeq 1,46\right)$

Partie (3)

Soit $(U_n)_n$ la suite définie par $U_0=1$ et $U_{n+1}=f(U_n)$

1) montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $1\le U_n<2$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$ (utiliser la question 4) partie (2))

3) a) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R}^+)$ $\left|f(x)-2\right|\le\dfrac{1}{4}\left|x-2\right|$

b) en déduire que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $\left|U_n-2\right|\le\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$