

Exercice 1 : (9 points)

- L'espace est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
On considère la sphère (S) d'équation:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2z = 0$   
et le plan (P) d'équation cartésienne:  $x + y + z + 4 = 0$
- 1/ Montre que le centre de (S) est  $\Omega(1, -1, -1)$  et son rayon est  $\sqrt{3}$
  - 2/ Calculer  $d(\Omega, (P))$  et déduire que (P) est tangent à (S)
  - 3/ Vérifier que  $H(0, -2, -2)$  est le point de contact de (P) et (S)
  - 4/ On considère les deux points  $A(2, 1, 1)$  et  $B(1, 0, 1)$
  - a/ Montrer que  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  et déduire que  $x - y - z = 0$  est une équation cartésienne du plan (OAB)
  - b/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par  $\Omega$  et orthogonale au plan (OAB)
  - c/ Déterminer le triplet de coordonnées de chacun des deux points d'intersection de la droite (D) et la sphère (S)
  - d/ Calculer  $\vec{\Omega H} \wedge \vec{OH}$  et en déduire l'aire du triangle (OH),

Exercice 2 : (5 points)

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges et 2 boules vertes. On suppose que toutes les boules sont identiques.

On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne

- 1/ Calculer le nombre des cas possibles
- 2/ Calculer le nombre des cas contenant 3 boules de même couleur
- 3/ Calculer le nombre des cas qui contiennent 3 boules de couleurs différentes deux à deux
- 4/ Calculer le nombre des cas contenant exactement deux boules blanches

5/ Calculer le nombre des cas contenant au moins 1 boule blanche

### Exercice 3 : (4 points)

Un sac contient 6 jetons indiscernables au toucher :  
3 jetons portent le nombre 3 et deux jetons portent le nombre 1 et un seul jeton porte le nombre 2  
On tire au hasard successivement et avec remise deux jetons du sac .

1/ Calculer le nombre de tirages possibles

2/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons portant le même nombre ?

3/ Calculer le nombre des cas possibles pour que :

a) la somme des nombres portés par les jetons tirés égale à 4

b) le produit des nombres portés par les jetons tirés est pair

### Exercice 4 : (2 points)

1/ Résoudre l'équation suivante dans  $\mathbb{N}$  :  $6 \binom{5}{m} = A_m^3$

2/  $m$  et  $n$  étant deux entiers naturels non nuls et  $p$  un entier naturel tel que  $p \leq m$  et  $p \leq n$

a) Montrer que :

$$\binom{p}{m+n} = \binom{p}{m} \binom{0}{n} + \binom{p-1}{m} \binom{1}{n} + \dots + \binom{1}{m} \binom{p-1}{n} + \binom{0}{m} \binom{p}{n}$$

b) En déduire la valeur de la somme :

$$S = \left(\binom{0}{m}\right)^2 + \left(\binom{1}{m}\right)^2 + \dots + \left(\binom{m}{m}\right)^2$$