

1B.SM	<b>Mathématique</b> <b>Contrôle 2</b>	
semestre 2	11/04/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

**Exercice 1 : ( 12 Points )**

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x|x-3|}{2(x+1)}$

1. Déterminer  $D_f$  puis calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .

2. Déterminer les branches infinies de  $(C_f)$ .

3-Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche et à droite en 3 puis interpréter géométriquement les résultats obtenus.

4 - a- Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $[3, +\infty[$ .

b Montrer que :  $\forall x \in ]-\infty, 3[ - \{-1\}$  :  $f'(x) = \frac{-(x-1)(x+3)}{2(x+1)^2}$

c- Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\forall x \in ]-\infty, 3[ - \{-1\}$  puis sur  $D_f$ .

d - Construire  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

**Exercice 2 : ( 8 Points )**

1. Montrer que :  $10^{60} \equiv 1[7]$

2. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  l'équation :  $x^2 + x + 1 \equiv 0$

3. En utilisant l'algorithme d'Euclide déterminer :  $1414 \wedge 666$

4. Montrer que le nombre  $n^2 + 8n + 7$  est non premier pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$

5- Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  le système :  $\begin{cases} a \cdot b = 1734 \\ a \wedge b = 17 \end{cases}$

6. Déterminer le reste de la division de  $8^{2001}$  sur 11

7. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres de  $\mathbb{N}^*$  tel que :  $173 \mid a^3 + b^3$

a- Vérifier que 173 est premier et montrer que  $a^{171} \equiv -b^{171} [173]$

b- Montrer que :  $173 \mid a \Leftrightarrow 173 \mid b$

c- Montrer que :  $173 \mid a \Rightarrow 173 \mid a+b$ .

**fin**