

2015-14

DEVOIR

1ère bac SM

Exercice 1

Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^E(2x) - 1}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan^2 x + x \sin 2x}{1 - \cos 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \sqrt{x} - 2}{3x^2 - \sqrt{x} - 2}$$

Déterminer les deux limites ci-dessous

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x - 6\sqrt{x+2} + 10}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x+3}} - 3}{\sqrt{x - \sqrt{x-2}} - 2}$$

Exercice 2

Soit a un réel de $]0, +\infty[$.

1) montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{na^2}{2}$

2) en déduire la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^5(x\sqrt{13})}{1 - \cos\left(\frac{x}{\sqrt{31}}\right)}$

Exercice 3

Soit a un réel non nul. on considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \text{ et } U_1 = 3 \\ U_{n+2} = \frac{1}{2}a^2U_{n+1} + (a-3)U_n \end{cases} \text{ on pose et } V_n = U_{n+1} - U_n$$

1) On prend $a = 2$

a) Vérifier que $(V_n)_n$ est constante puis déduire la nature de $(U_n)_n$

b) déterminer U_n et $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$ en fonction de n

2) on suppose que $a = -4$

a) montrer que $(V_n)_n$ est géométrique et déterminer V_n en fonction de n

b) calculer $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$ en fonction de n puis déduire U_n en fonction de n