

الأولى علوم رياضية الأولى علوم رياضية	فرض رقم 4 فرض رقم	2017-16
<b>التمرين الأول</b>		
<p>On considère les ensembles : <math>A = \{6k + 1 / k \in \mathbb{Z}\}</math> ; <math>B = \{3k' - 2 / k' \in \mathbb{Z}\}</math> et <math>C = \{4p + 3 / p \in \mathbb{Z}\}</math></p> <p>1) montrer que <math>A \subset B</math> . est-ce qu'on a <math>A = B</math> ?</p> <p>2) vérifier que <math>19 \in B \cap C</math> et déterminer en extension l'ensemble <math>B \cap C</math></p>		
<b>التمرين الثاني</b>		
<p>Soit <math>(U_n)_n</math> la suite définie par : <math>U_0 = 3</math> ; <math>U_{n+1} = \frac{U_n - 8}{2U_n - 9}</math> . on pose <math>V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - 4}</math></p> <p>1) vérifier que <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2(2U_n - 9)}</math> et montrer que <math>(\forall n \in \mathbb{N}) 1 &lt; U_n &lt; 4</math></p> <p>2) montrer que <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_n - U_{n+1} = \frac{2(U_n - 1)(U_n - 4)}{2U_n - 9}</math> ; étudier la monotonie de <math>(U_n)_n</math></p> <p>3) a) montrer que <math>(\forall n \in \mathbb{N})  U_{n+1} - 4  \leq \frac{1}{3} U_n - 4 </math></p> <p>b) montrer que <math>(\forall n \in \mathbb{N})  U_n - 4  \leq 2\left(\frac{1}{3}\right)^n</math></p> <p>4) a) montrer que <math>(V_n)_n</math> est une suite géométrique de raison <math>q = \frac{1}{7}</math></p> <p>b) montrer que <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_n = \frac{7^n + 8}{7^n + 2}</math></p>		
<b>التمرين الثالث</b>		
<p>Soit <math>f</math> l'application de <math>D = \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[</math> vers <math>\mathbb{R} \mathbb{R}</math> définie par : <math>f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}</math></p> <p>1) résoudre dans <math>D</math> l'équation <math>f(x) = \sqrt{2}</math> . <math>f</math> est-elle injective ?</p> <p>2) développer <math>(\sqrt{2x-1} - 1)^2</math> et déduire que <math>f(D) \subset [1, +\infty[</math> <math>f(D) \subset [1, +\infty[</math> . est-elle surjective de <math>D</math> vers <math>\mathbb{R}</math> ?</p> <p>3) soit <math>g</math> la restriction de <math>f</math> sur <math>I = [1, +\infty[</math></p> <p>a) développer <math>(2x-1)\left(y - \frac{1}{2}\right)</math> et montrer que <math>(\forall (x,y) \in I^2) 2xy - x - y &gt; 0</math></p> <p>b) montrer que est injective sur <math>I</math></p> <p>4) a) montrer que <math>(\forall y \in ]1, +\infty[) y^2 - y\sqrt{y^2-1} &lt; 1</math></p> <p>b) montrer que <math>g</math> est une bijection de <math>I</math> vers <math>I</math> et définir sa réciproque <math>g^{-1}</math></p>		