1B.SM	**Mathématique** Contrôle 3	Lycée Anisse
Trimestre 1	23/12/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 : (4 Points)

On considère dans le plan les points $A\left(\frac{-1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $B\left(\frac{1}{2},\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ et $C(1,0)$.

1- Calculer $\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$ et $\sin\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$. 2

2- Déterminer la mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$. 1

3- Calculer l'aire du triangle ABC . 1

Exercice 2 : (5 Points)

1- Soit (C) un cercle d'équation : $x^2+y^2-2x-2y-23=0$

a - Déterminer le centre et le rayon de (C). 1

b - Vérifier que $A\left(1+2\sqrt{6},0\right)\in(C)$. 0.5

c - Donner l'équation de la droite tangente au cercle en A . 1

2- a- Vérifier que le point $B(-8,2)$ est à l extérieur de (C) . 0.5

b- Déterminer les équations des deux tangentes à (C) et qui passent par le point B . 2

Exercice 3 : (6 Points)

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0=5 \\ U_{n+1}=\dfrac{3U_n+2}{U_n+4} \end{cases} ;n\in\mathbb{N}$.

1. Montrer que : $U_n>1$ pour tout n de $\mathbb{N}$. 1

2. a - Montrer que : $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(1-U_n)(U_n+2)}{U_n+4}$ pour tout n de $\mathbb{N}$. 0.75

b - Déduire que $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante . 0.25

3. on pose : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2}$; $n \in \mathbb{N}$	
a . Montrer que : $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer ses caractéristiques .	1
b. Exprimer V_n en fonction de n.	0.5
c. Montrer que : $U_n = \dfrac{1+\frac{8}{7}\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\frac{4}{7}\left(\frac{2}{5}\right)^n}$	1
4- a . Calculer la somme : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots\ldots\ldots + V_{n-1}$.	0.75
b - déduire la somme : $T_n = \sum_{k=1}^{n-1} \dfrac{1}{U_k + 2}$	0.75
Exercice4 : (5 Points)	
Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = k \\ (\forall n \in \mathbb{N}): \quad U_{n+1}.U_n = 1 + kU_n \end{cases}$; $k \in \mathbb{N}^*$	
Et Soient $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites définies par : $V_n = U_{2n}$ et $W_n = U_{2n+1}$	
1. Montrer que : $k \le U_n \le 1 + k$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	1
2. a - Montrer que : $V_{n+1} = k + \dfrac{V_n}{1 + kV_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5
b - Montrer que : $W_{n+1} = k + \dfrac{W_n}{1 + kW_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5
c - Montrer que : $W_n = k + \dfrac{1}{V_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5
3 - Montrer que : $V_n \le W_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5
4 - Démonter que $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante	1
5 - Montrer que : $W_{n+1} - V_{n+1} \le \dfrac{W_n - V_n}{\left(1+k^2\right)^2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5
6 - Déduire que : $W_n - V_n \le \dfrac{W_0 - V_0}{\left(1+k^2\right)^{2n}}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	0.5

« Sans doute il serait plus simple de n' enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n' a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

Bon courage