


1BSM	<u>Mathématique</u> Contrôle 2	
semestre 1	23/11/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

**Exercice 1:** ( 5 Points )

Soit  $f$  une application définie de  $\mathbb{R} - \{1\}$  vers  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$$

1. Montrer que  $f$  est une application injective.

2pts

2. Déterminer :  $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

1pts

3. Déterminer :  $f([1; +\infty[)$  et  $f^{-1}([-\infty; 2])$ .

2pts

**Exercice 2:** ( 2.5 Points )

Soit  $g$  une application définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = x^3 + x - 2$$

1. Montrer que  $g$  est une application injective

1.5pts

2. Déduire les solutions de l'équation  $g(x) = 0$ .

1pts

**Exercice 3:** ( 3 Points )

$$h: ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$$

Soit  $h$  une application définie par :

$$x \rightarrow x + \frac{1}{x}$$

1. Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad h\left(\frac{1}{x}\right) = h(x)$ .  $h$  est-elle injective ? justifier

1.5pts

2. Montrer que :  $\forall x \in ]0; +\infty[ : \quad h(x) \geq 2$ .  $h$  est-elle surjective ? justifier

1.5pts

**Exercice 4:** ( 2 Points )

$$F: [4; +\infty[ \rightarrow [0; +\infty[$$

Montrer que l'application :

est bijective

$$x \rightarrow \sqrt{x-2}\sqrt{x}$$

2pts

et que :  $F^{-1}(x) = (1 + \sqrt{1+x^2})^2$  pour tout  $x \in [0; +\infty[$

<p><b>Exercice 5:</b> ( 2.5 Points )</p> <p>Soit une fonction numérique <math>f</math> à variable réelle <math>x</math> définie par : <math>f(x) = x^3 - 3x + 1</math></p> <p><b>1:</b> Montrer que la fonction <math>f</math> est décroissante sur l'intervalle <math>[0,1]</math></p> <p><b>2:</b> Dédire que : <math>\forall x \in [0,1]: -1 \leq f(x) \leq 1</math></p>	<p>1.5pts</p> <p>1pts</p>
<p><b>Exercice 6:</b> ( 3.5 Points )</p> <p>On considère l'ensemble <math>E</math> définie par : <math>E = \left\{ \frac{x}{\sqrt{x-1}} / x \in ]1; +\infty[ \right\}</math></p> <p><b>1.</b> Montrer que : <math>3 \in E</math> et que <math>1 \notin E</math></p> <p><b>2.</b> Montrer que : <math>E \subset [2; +\infty[</math></p> <p><b>3. a.</b> Prouver que <math>(\forall y \in [2; +\infty[) (\exists x \in ]1; +\infty[): y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}</math></p> <p><b>b.</b> Dédire que <math>E = [2; +\infty[</math></p>	<p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>0.5pts</p>
<p><b>Exercice 7:</b> ( 1.5 Points )</p> <p>Soit <math>G</math> la fonction définie par : <math>G(x) = \frac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}</math></p> <p><b>1.</b> Démontrer que <math>D_G = \mathbb{R}</math>.</p> <p><b>2.</b> Montrer que <math>\forall x \in \mathbb{R}: G(x+1) = G(x)</math>.</p> <p><b>3.</b> Montrer que <math>\forall x \in [0;1[: G(x) = \frac{x}{x+1}</math>.</p>	<p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p>

« Sans doute il serait plus simple de n'enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n'a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

**Bon courage**