

2017-2018

DEVOIR N°1

1^{ÈRE} BAC SM

EXERCICE (1)

On considère les propositions suivantes

$$P_1 \ "(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x + 2y > 3 "$$

$$P_2 \ "(\exists z \in \mathbb{R}) z - 1 < \frac{z}{z-1} \leq z "$$

$$P_3 \ "(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : \left[(a \neq 1 \text{ et } b \neq 1) \Rightarrow (a + b \neq 2) \right]$$

- 1) donner la négation des propositions P_1 , P_2 et P_3 4 pts
- 2) donner la contraposée de l'implication définie dans la proposition P_3 1 pt
- 3) quelle est la valeur de vérité de la proposition P_3 ? 1.5 pt

EXERCICE (2)

On pose $I =]-\infty, -2[$

- 1) montrer que $(\forall a \in I)(\forall b \in I) ab + a + b > 0$ 1.5 pt
- 2) en utilisant le raisonnement par contraposée montrer que :
 $(\forall a \in I)(\forall b \in I) / \left[(a \neq b) \Rightarrow \left(\frac{a+1}{a^2+2a+2} \neq \frac{b+1}{b^2+2b+2} \right) \right]$ 2 pts

EXERCICE (3)

En raisonnant par récurrence montrer que :

- 1) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{k=1}^{k=n} k \times 2^{k-1} = 1 + 2^n (n - 1)$ 2 pts
- 2) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{4p^2 - 1} = \frac{n}{2n + 1}$ 2 pts

EXERCICE (4)

Utilisez le raisonnement par disjonction de cas et montrer que :

$$(\exists \text{ ne divise pas } n) \Rightarrow (\exists \text{ divise } n^2 - 1) \quad 2 \text{ pts}$$

EXERCICE (5)

Soient a et b deux nombres rationnels tels que $a \neq b$.

On pose $x = \frac{a + b\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$ (on rappelle que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$)

- 1) Montrer par l'absurde que $x \neq b$ 1.5 pt
- 2) Montrer que $x \notin \mathbb{Q}$ (utilisez un raisonnement par l'absurde) 1.5 pt