

2017-2018	DEVOIR N°1	1 ^{ÈRE} BAC SM
EXERCICE (1)		
On considère les propositions suivantes		
P_1 " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x + 2y > 3$ "		
P_2 " $(\exists z \in \mathbb{R}) z - 1 < \frac{z}{z-1} \leq z$ "		
P_3 " $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : \left[(a \neq 1 \text{ et } b \neq 1) \Rightarrow (a + b \neq 2) \right]$		
1) donner la négation des propositions P_1 , P_2 et P_3		4 pts
2) donner la contraposée de l'implication définie dans la proposition P_3		1 pt
3) quelle est la valeur de vérité de la proposition P_3 ?		1.5 pt
EXERCICE (2)		
On pose $I =]-\infty, -2[$		
1) montrer que $(\forall a \in I)(\forall b \in I) ab + a + b > 0$		1.5 pt
2) en utilisant le raisonnement par contraposée montrer que :		
$(\forall a \in I)(\forall b \in I) / \left[(a \neq b) \Rightarrow \left(\frac{a+1}{a^2+2a+2} \neq \frac{b+1}{b^2+2b+2} \right) \right]$		2 pts
EXERCICE (3)		
En raisonnant par récurrence montrer que :		
1) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{k=1}^{k=n} k \times 2^{k-1} = 1 + 2^n (n-1)$		2 pts
2) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{4p^2 - 1} = \frac{n}{2n+1}$		2 pts
EXERCICE (4)		
Utilisez le raisonnement par disjonction de cas et montrer que :		
$(3 \text{ ne divise pas } n) \Rightarrow (3 \text{ divise } n^2 - 1)$		2 pts
EXERCICE (5)		
Soient a et b deux nombres rationnels tels que $a \neq b$.		
On pose $x = \frac{a + b\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$ (on rappelle que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$)		
1) Montrer par l'absurde que $x \neq b$		1.5 pt
2) Montrer que $x \notin \mathbb{Q}$ (utilisez un raisonnement par l'absurde)		1.5 pt