2017-16	Devoir	1SM

EXERCICE (1)

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes

(1) $"(\forall x \in \mathbb{R}) \;:\; x \leq 0$ ou $x + \dfrac{1}{x} \geq 2"$

(2) $"(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left(|x| \leq \dfrac{1}{n}\right) \Rightarrow (x = 0)"$

(3) $"(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : \; p \leq x < p + 1"$

EXERCICE (2)

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que

1) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1$ et $y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$

2) montrer que

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left(x \neq -\dfrac{1}{2}\right.$ et $\left.y \neq -\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow \left(2xy + x + y \neq -\dfrac{1}{2}\right)$

EXERCICE (3)

1) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad -1 + 2 - 3 + \ldots\ldots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n(2n+1) - 1}{4}$$

2) a) montrer que $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \quad \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \dfrac{1}{\sqrt{m+1}}$

b) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$

2017-16	Devoir	1SM

EXERCICE (1)

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes

(1) $"(\forall x \in \mathbb{R}) \;:\; x \leq 0$ ou $x + \dfrac{1}{x} \geq 2"$

(2) $"(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left(|x| \leq \dfrac{1}{n}\right) \Rightarrow (x = 0)"$

(3) $"(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : \; p \leq x < p + 1"$

EXERCICE (2)

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que

1) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1$ et $y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$

2) montrer que

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left(x \neq -\dfrac{1}{2}\right.$ et $\left.y \neq -\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow \left(2xy + x + y \neq -\dfrac{1}{2}\right)$

EXERCICE (3)

1) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad -1 + 2 - 3 + \ldots\ldots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n(2n+1) - 1}{4}$$

2) a) montrer que $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \quad \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \dfrac{1}{\sqrt{m+1}}$

b) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$