


1B.SM	<u>Mathématique</u> Contrôle 1	
semestre 1	05/10/2018	Lycée Anisse

Durée : 2h

### Exercice 1 ( 5 Points )

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

1.  $P_1: (\forall x \in [1,4]): x^2 - 5x + 4 < 0$

1pt

2.  $P_2: (\exists n \in \mathbb{N}): n^2 + 6n - 5$

1pts

3.  $P_3: (\forall x > 0): x + \frac{16}{x} > 8$

1pts

4.  $P_4: (\forall x \in \mathbb{R}^*)(\forall y \in \mathbb{R}^*): \frac{x}{5+x} + \frac{y}{5+y} \Rightarrow x + y$

1pts

5.  $P_5: (\forall n \in \mathbb{N}): \sqrt{n^2 + 4n + 7} \notin \mathbb{N}$

1pts

### Exercice 2 ( 11.5 Points )

1. Montrer que :  $x \neq 8 \Rightarrow \frac{x+2}{x-3} \neq 2$  pour tout réel  $x \neq 3$

1pts

2. Montrer que :  $(\forall a \in \mathbb{R}^*)(\forall b \in \mathbb{R}^*): a \neq b \rightarrow \frac{a^2 + 7}{a^2 + 3} \neq \frac{b^2 + 7}{b^2 + 3}$

1.5pts

3. Montrer que : 5 divise  $7^n - 2^n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$

1.5pts

4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-4} = \frac{x+y}{2}$

2pts

5. Montrer que :  $\left( \forall x \geq \frac{3}{2} \right): \sqrt{x+7} + \sqrt{2x-3} - 4 \Leftrightarrow x = 2$

2pts

6. Etablir que : $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$	2pts
7. Montrer que : $(\forall y \in ]1, +\infty[)(\exists x \in ]2, +\infty[): \left( \sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$	1.5pts
<b>Exercice 3 ( 2 Points )</b>	
On considère la fonction $f$ définie par : $f(x) = x - \sqrt{x}$	
Montrer que : $x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ pour tout $x$ et $y$ de $\left[ \frac{1}{4}; +\infty \right[$	2pts
<b>Exercice 4 ( 1.5 Points )</b>	
On considère la fonction $g$ définie par : $g(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$	
Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^+): g(x) \geq -4$	1.5pts

**N.B:** + 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse

### **La logique est l'art de la démonstration**

- ☺ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

**Bon courage**