

1B.SM	<u>Mathématique</u> Contrôle 1	
semestre 1	05/10/2018	Lycée Anisse

Durée : 2h

**Exercice 1 ( 5 Points )**

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

1. $P_1: (\forall x \in [1,4]) : x^2 - 5x + 4 < 0$	1pt
2. $P_2: (\exists n \in \mathbb{N}) : n^2 + 6n - 5$	1pts
3. $P_3: (\forall x > 0) : \frac{16}{x} > 8$	1pts
4. $P_4: (\forall x \in \mathbb{R}^*) (\forall y \in \mathbb{R}^*) : \frac{x}{5+x} = \frac{y}{5+y} \Rightarrow x = y$	1pts
5. $P_5: (\forall n \in \mathbb{N}) : \sqrt{n^2 + 4n + 7} \notin \mathbb{N}$	1pts

**Exercice 2 ( 11.5 Points )**

1. Montrer que : $x \neq 8 \Rightarrow \frac{x+2}{x-3} \neq 2$ pour tout réel $x \neq 3$	1pts
2. Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R}^*) (\forall b \in \mathbb{R}^*) : a \neq b \rightarrow \frac{a^2 + 7}{a^2 + 3} \neq \frac{b^2 + 7}{b^2 + 3}$	1.5pts
3. Montrer que : 5 divise $7^n - 2^n$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}^*$	1.5pts
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-4} = \frac{x+y}{2}$	2pts
5. Montrer que : $\left(\forall x \geq \frac{3}{2}\right) : \sqrt{x+7} + \sqrt{2x-3} - 4 \Leftrightarrow x = 2$	2pts

6. Etablir que :  $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  2pts

7. Montrer que :  $(\forall y \in ]1, +\infty[)(\exists x \in ]2, +\infty[): \left( \sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$  1.5pts

**Exercice 3 ( 2 Points )**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x - \sqrt{x}$

Montrer que :  $x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$  pour tout  $x$  et  $y$  de  $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$  2pts

**Exercice 4 ( 1.5 Points )**

On considère la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$

Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}^+): g(x) \geq -4$  1.5pts

**N.B: + 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse**

**La logique est l'art de la démonstration**

☺ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

**Bon courage**