

1B.SM	<u>Mathématique</u>	
Contrôle 1	Trimestre 1	16/10/2017
Trimestre 1	16/10/2017	Lycée Anis

Durée : 2h

Exercice 1 (4.5 Points)

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

- | | |
|---|-------|
| 1. $P_1: (\forall x \in \mathbb{R}): x^2 + x + 1 \leq 0$ | 0.5pt |
| 2. $P_2: (\exists n \in \mathbb{N}): n^2 - 4n = -3$ | 1pts |
| 3. $P_3: (\forall x > 0): x + \frac{9}{x} \geq 6$ | 1pts |
| 4. $P_4: (\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+): \frac{a}{5+a} = \frac{b}{5+b} \Rightarrow a=b$ | 1pts |
| 5. $P_5: (\forall n \in \mathbb{N}^*): \frac{(n+2)!}{n!} \in \mathbb{N}$ | 1pts |

Exercice 2 (10 Points)

- | | |
|--|--------|
| 1. Montrer que : $x \neq 4 \Rightarrow \frac{x+6}{x-2} \neq 5$ pour tout réel $x \neq 2$ | 1pts |
| 2. Montrer que : $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b} \Leftrightarrow a=b$ pour tous réels a et b distincts de -1 | 1.5pts |
| 3. Montrer que : $(\forall x \geq 0): \sqrt{x+8} + \sqrt{x+3} = 5 \Leftrightarrow x=1$. | 1.5pts |
| 4. Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R}^+)(\forall b \in \mathbb{R}^+): a \neq b \Rightarrow \frac{a^2+5}{a^2+2} \neq \frac{b^2+5}{b^2+2}$. | 1.5pts |
| 5. Montrer que : $(\forall y \in]1, +\infty[)(\exists x \in]2, +\infty[): \left(\sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$. | 1pts |
| 6. Montrer que : 7 divise $3^{2n} - 2^n$ pour tout n de \mathbb{N} . | 1pts |
| 7. Etablir que : $\sum_{k=1}^{n-1} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tous n de \mathbb{N}^* et $\forall q \in \mathbb{R} - \{1\}$ | 1.5pts |
| 8. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)(\exists (a_n, b_n) \in \mathbb{N}^2): (1+\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$ | 1pts |

Exercice 3 (2 Points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$

1. Montrer que f est majorée par le nombre $\frac{1}{2}$ sur \mathbb{R}^+

1 pts
1 pts

2. Montrer que f est minorée par le nombre 0.

Exercice 4 (1.5 Points)

On considère la fonction g définie par : $g(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$

1.5pts

Montrer que g admet une valeur minimale sur \mathbb{R}^+

Exercice 5 (1.5 Points)

Soient x et y deux réels de l'intervalle $]-1, 1[$.

1.5pts

Montrer que : $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$

N.B: + 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse

La logique est l'art de la démonstration

❸ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

Bon courage