

1B.SM	<b>Mathématique</b> <b>Contrôle 1</b>	
Trimestre 1	2016/10/27	Lycée Anisse

Durée : 2h

**Exercice 1 ( 4.5 Points )**

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

1.  $P_1: (\exists x \in \mathbb{R}): |x-2017| \leq 0$  0.5pt
2.  $P_2: (\exists x \in \mathbb{N}): x^2 + x = 2$  1pts
3.  $P_3: (\forall x \in \mathbb{R}): x^2 + x + 1 > 0$  0.5pts
4.  $P_4: (\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+): \frac{a}{2+a} = \frac{b}{2+b} \Rightarrow a = b$  1pts
5.  $P_5: (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}): 2x - 5y = 3$  0.5pts
6.  $P_6: (\forall x > 0): x + \frac{1}{x} \geq 2$  1pts

**Exercice 2 ( 10.5 Points )**

1. Montrer que :  $a \neq 5 \Rightarrow \frac{a+3}{a-1} \neq 2$  pour tout réel  $a \neq 1$  . 1pts
2. Montrer que :  $(\forall x \geq 0): \sqrt{2x+2} - \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$  . 1.5pts
3. Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+): x \neq y \Rightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \neq \frac{y^2 - 2}{y^2 + 1}$  . 1.5pts
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $|x-1| + |3-x| = 14$  . 1.5pts
5. Montrer que : 5 divise  $7^n - 2^n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  . 1.5pts

6. Démontrer que : $n(n^2+2)$ est un multiple de 3 pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ .	1.5pts
7. Montrer que : $(\forall x \geq 1)(\forall y \geq -5) : \left( 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y+5} = 9 + x + y \Leftrightarrow x = 2 \text{ et } y = -1 \right)$ .	1.5pts
8. Etablir que : $\sum_{k=1}^{n+1} k^3 (-1)^{k-1} = \frac{n(n+1)}{2} \times (-1)^{n+1}$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}^*$ .	0.5pts

### Exercice 3 ( 5 Points )

1. On pose : $B = ]0; 4[$ et $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \left  1 - \frac{x}{2} \right  < 1 \right\}$	1.5pts
Montrer que : $A = B$	
2. Soient $A$ ; $B$ et $C$ trois parties d'un ensemble non vide $E$ .	
Montrer que : $\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ (B - C) = (C - A) \end{cases} \Rightarrow B \subset C$	1.5pts
3. Ecrire en extension les deux ensembles $G$ et $H$ :	
$G = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3x+2}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ et $H = \left\{ (n, m) \in \mathbb{N}^2 / n+2m=11 \right\}$	1pts
4. $E$ un ensemble défini par : $E = \left\{ (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / \frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{5} \right\}$	
a. Montrer que $\forall (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* : (n, m) \in E \Leftrightarrow (n-5)(m-5) = 25$	0.5pts
b. Déterminer $E$ en extension.	0.5pts

N.B: + 1pts sur l'organisation et la précision de la réponse

La logique est l'art de la démonstration

⌚ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

Bon courage