


1B.SM	Mathématique Contrôle 1	
Trimestre 1	2016/10/27	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 (4.5 Points)

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

- | | | | |
|----|--|---|--------|
| 1. | $P_1: (\exists x \in \mathbb{R}):$ | $ x-2017 \leq 0$ | 0.5pt |
| 2. | $P_2: (\exists x \in \mathbb{N}):$ | $x^2 + x = 2$ | 1pts |
| 3. | $P_3: (\forall x \in \mathbb{R}):$ | $x^2 + x + 1 > 0$ | 0.5pts |
| 4. | $P_4: (\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+):$ | $\frac{a}{2+a} = \frac{b}{2+b} \Rightarrow a=b$ | 1pts |
| 5. | $P_5: (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}):$ | $2x - 5y = 3$ | 0.5pts |
| 6. | $P_6: (\forall x > 0):$ | $x + \frac{1}{x} \geq 2$ | 1pts |

Exercice 2 (10.5 Points)

- | | | | | |
|----|---|---|---|--------|
| 1. | Montrer que : | $a \neq 5 \Rightarrow \frac{a+3}{a-1} \neq 2$ | pour tout réel $a \neq 1$. | 1pts |
| 2. | Montrer que : | $(\forall x \geq 0):$ | $\sqrt{2x+2} - \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x=1$. | 1.5pts |
| 3. | Montrer que : | $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+):$ | $x \neq y \Rightarrow \frac{x^2-2}{x^2+1} \neq \frac{y^2-2}{y^2+1}$. | 1.5pts |
| 4. | Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : | $ x-1 + 3-x = 14$. | | 1.5pts |
| 5. | Montrer que : | 5 divise $7^n - 2^n$ | pour tout n de \mathbb{N} . | 1.5pts |

6. Démontrer que : $n(n^2 + 2)$ est un multiple de 3 pour tout n de \mathbb{N} .

1.5pts

7. Montrer que : $(\forall x \geq 1)(\forall y \geq -5) : (2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y+5} = 9 + x + y \Leftrightarrow x = 2 \text{ et } y = -1)$.

1.5pts

8. Etablir que : $\sum_{k=1}^{n+1} k^3 (-1)^{k-1} = \frac{n(n+1)}{2} \times (-1)^{n+1}$ pour tout n de \mathbb{N}^* .

0.5pts

Exercice 3 (5 Points)

1. On pose : $B =]0; 4[$ et $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \left| 1 - \frac{x}{2} \right| < 1 \right\}$

1.5pts

Montrer que : $A = B$

2. Soient A ; B et C trois parties d'un ensemble non vide E .

Montrer que : $\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ (B - C) = (C - A) \end{cases} \Rightarrow B \subset C$

1.5pts

3. Ecrire en extension les deux ensembles G et H :

$G = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3x+2}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ et $H = \{(n, m) \in \mathbb{N}^2 / n + 2m = 11\}$

1pts

4. E un ensemble défini par : $E = \left\{ (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / \frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{5} \right\}$

a. Montrer que $\forall (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* : (n, m) \in E \Leftrightarrow (n-5)(m-5) = 25$

0.5pts

b. Déterminer E en extension.

0.5pts

N.B: + 1pts sur l'organisation et la précision de la réponse

La logique est l'art de la démonstration

☞ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

Bon courage