

طاقة الوضع الكهروستاتيكية

حلول
تمارين

تمرين 1

1- فرق الجهد الكهربائي بين النقطتين $A(1, 2, 3)$ و $B(5, 6, 0)$

$$V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \cdot E \leftarrow \overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = 4 \text{ (cm)} \\ y_B - y_A = 4 \text{ (cm)} \\ z_B - z_A = -3 \text{ (cm)} \end{cases} \text{ و } \vec{E} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -E \end{cases}$$

$$V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \times 10^6 = 3.10^4 \text{ V. ت.ع.}$$

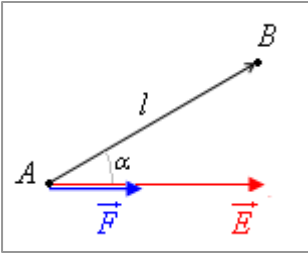
2- شغل القوة الكهروستاتيكية المطبقة على إلكترون عند انتقاله من A إلى B

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -e(V_A - V_B) \leftarrow \text{مع } q = -e \text{ مع } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -1,6.10^{-19} \times 3.10^4 = -1,6.10^{-15} \text{ J. ت.ع.}$$

$$(W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -30 \text{ keV : أي})$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0 \leftarrow \text{شغل مقاوم}$$



تمرين 2

- الشغل الذي تنجزه القوة الكهروستاتيكية:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = qEl \cos \alpha \leftarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10 \times 10^{-9} \times 100 \times 20 \times 10^{-2} \times \cos 30^\circ = 1,7.10^{-7} \text{ J. ت.ع.}$$

تمرين 3

1- فرق الجهد الكهربائي بين A و B و شغل القوة الكهروستاتيكية

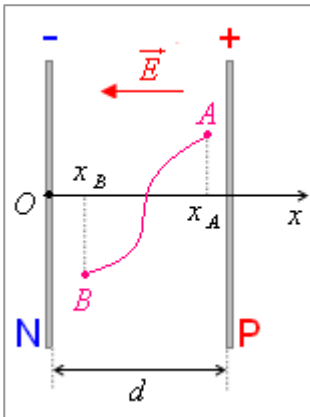
$$\frac{V_A - V_B}{U} = \frac{d-3}{d} \leftarrow \begin{cases} V_A - V_B = E(x_A - x_B) \\ V_P - V_N = E(x_P - x_N) \end{cases}$$

$$V_A - V_B = \frac{d-3}{d} \cdot U \leftarrow$$

$$V_A - V_B = \frac{5-3}{5} \times 1000 = 400 \text{ V. ت.ع.}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B) \text{ و شغل القوة الكهروستاتيكية:}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10^{-12} \times 400 = 4.10^{-10} \text{ J. ت.ع.}$$



2- طاقة الوضع الكهروستاتيكية للشحنة q في A و B :

في نقطة ما M : $E_{pe}(M) = qEx_M + Cte$

باختيار الصفيحة السالبة حالة مرجعية: $0 = 0 + Cte \leftarrow Cte = 0$

$$E_{pe}(M) = qEx_M \leftarrow E_{pe}(M) = q \cdot U \cdot \frac{x_M}{d}$$

$$\text{و بالتالي: } E_{pe}(A) = q \cdot U \cdot \frac{x_A}{d} \text{ و } E_{pe}(B) = q \cdot U \cdot \frac{x_B}{d}$$

$$\text{ت.ع. } E_{pe}(A) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{4}{5} = 8 \cdot 10^{-10} \text{ J} \text{ و } E_{pe}(B) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{2}{5} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$\Delta E_{pe} = E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -4 \cdot 10^{-10} \text{ J} \leftarrow \text{تحقق العلاقة: } \Delta E_{pe} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \text{ ملحوظة:}$$

تمرين 4

1- شدة المجال الكهروستاتيكي

$$E = \frac{V_A - V_B}{x_A - x_B} \leftarrow V_A - V_B = E(x_A - x_B) \leftarrow V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

$$\text{ت.ع. } E = \frac{0 - 400}{(-2 - 8) \times 10^{-2}} = 4 \cdot 10^3 \text{ V.m}^{-1}$$

2- الجهد الكهربائي في النقطة O

$$V_O = -Ex_A \leftarrow V_O - 0 = E(0 - x_A) \leftarrow V_O - V_A = E(x_O - x_A)$$

$$\text{ت.ع. } V_O = -4 \cdot 10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 80 \text{ V}$$

3- طاقة الوضع الكهروستاتيكية للشحنة $q = 5 \mu C$ توجد في النقطة M ذات الألفصول $x_M = 5 \text{ cm}$

$$E_{pe}(M) = qEx_M + Cte$$

باختيار النقطة A حالة مرجعية: $0 = qEx_A + Cte \leftarrow Cte = -qEx_A$

$$E_{pe}(M) = qE(x_M - x_A) \leftarrow$$

$$\text{ت.ع. } E_{pe}(M) = 5 \times 10^{-6} \times 4 \cdot 10^3 \times (5 - (-2)) \times 10^{-2} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

تمرين 5

نفترض أن البروتون يصل النقطة N .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين M و N ، لدينا:

$$E_c(N) - E_c(M) = W_{M \rightarrow N}(\vec{F}) \quad (\text{وزن البروتون مهمل أمام القوة الكهروستاتيكية } \vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m v_N^2 - \frac{1}{2} m v_M^2 = q(V_M - V_N) \leftarrow$$

$$v_N^2 = v_M^2 + \frac{2e}{m}(V_M - V_N) \leftarrow$$

$$\text{ت.ع. } v_N^2 = 10^{10} + \frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \times (-500 - (-100)) = -6,7 \cdot 10^{10}$$

: $v_N^2 < 0$ هذا مستحيل، و افتراضنا غير صحيح، إذن لن يصل البروتون النقطة N .

ملحوظة: $V_M - V_N < 0$ و $q = +e > 0 \leftarrow q(V_M - V_N) < 0$: القوة الكهروستاتيكية **مقاومة**.

تمرين 6

- 1-** الطاقة الحركية لكل أيون عند وصولهما الصفحة P
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على أيون بين N و P ، لدينا:
$$E_c(P) - E_c(N) = W_{N \rightarrow P}(\vec{F})$$

(وزن أيون مهمل أمام القوة الكهروستاتيكية $\vec{F}$)
$$E_c(P) - E_c(N) = q(V_N - V_P) \leftarrow$$

$$E_c(P) - 0 = (-e) \cdot (-U_{PN}) \leftarrow$$

$$E_c(P) = e \cdot U_{PN} \leftarrow$$

ت.ع. $E_c(P) = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100 = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ (أي: $E_c(P) = 100 \text{ eV}$)

- للأيونين نفس الطاقة الحركية لأن لهما نفس الشحنة و يخضعان لنفس المجال الكهروستاتيكي.
2- نسبة سرعتيهما عند وصولهما الصفحة P

بما أن للأيونين نفس الطاقة الحركية، فإن:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \leftarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \leftarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{M(^{35}\text{Cl}^-)}{M(^{37}\text{Cl}^-)}} = 1,03$$

ت.ع. $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{37}{35}} = 1,03$
سرعة الأيون $^{35}\text{Cl}^-$ أكبر قليلا من سرعة الأيون $^{37}\text{Cl}^-$.

تمرين 7

- 1-** مميزات المجال الكهروستاتيكي المحدث بين الصفيحتين
مجال منتظم، اتجاهه عمودي على الصفيحتين، أي أفقي، منحا من P_1 إلى P_2 ، و شدته: $E = \frac{U}{d} = 5,10^3 \text{ V.m}^{-1}$
- 2-** قيمة كل من التوتيرات $V_O - V_N$ و $V_O - V_M$ و $V_M - V_N$
ينتبه لمنحنى $\vec{E}$ ، في هذه الحالة $\vec{E}$ و (Ox) لهما نفس المنحنى: $E_x = +E$
$$V_A - V_B = -E(x_A - x_B) \leftarrow V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

$$V_O - V_M = -E(x_O - x_M)$$

$$V_O - V_N = -E(x_O - x_N)$$

$$V_M - V_N = -E(x_M - x_N)$$

إذن:
ت.ع. $V_O - V_M = -5,10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 100 \text{ V}$
 $V_O - V_N = -5,10^3 \times (-7 \times 10^{-2}) = 350 \text{ V}$
 $V_M - V_N = -5,10^3 \times (-5 \times 10^{-2}) = 250 \text{ V}$

- 1.3-** مميزات القوة الكهروستاتيكية المطبقة على البروتون
 $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ مع $q > 0$ $\leftarrow \vec{F}$ و $\vec{E}$ لهما نفس الاتجاه و نفس المنحنى، و شدتها: $F = eE$
ت.ع. $F = 8,10^{-16} \text{ N}$

- 2.3-** سرعة البروتون عند M ثم عند N
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين O و M (N)، نجد:
- $$v_N = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_N)} \quad \text{و} \quad v_M = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_M)}$$
- ت.ع. $v_N = 2,6 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ و $v_M = 1,4 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$

تمرين 8

1- تعبير الدالة $V_M = f(x)$

$$\frac{V_M - V_Q}{V_P - V_Q} = \frac{d - x}{d} \leftarrow \begin{cases} V_M - V_Q = \vec{E} \cdot \overrightarrow{MQ} = E(d - x) \\ V_P - V_Q = \vec{E} \cdot \overrightarrow{PQ} = Ed \end{cases}$$

$$(1) \quad V_M = \frac{V_P}{d}(d - x) \quad \text{و حيث أن } V_Q = 0, \text{ فإن:}$$

1.2- قيمة كل من d و V_P

$$(2) \quad V_M = f(x) = 240 - 30x \quad \text{منحنى الدالة } V_M = f(x) \text{ مستقيم معادلته:}$$

بمطابقة العلاقتين (1) و (2) يستنتج: $V_P = 240 \text{ V}$ و $d = 8 \text{ cm}$

2.2- شدة المجال الكهربائي

$$E = 3.10^3 \text{ V.m}^{-1} \leftarrow V_P = Ed$$

2- تغير طاقة الوضع الكهروستاتيكية لبروتون ينتقل من P إلى Q

طريقة 1	طريقة 2
$\Delta E_{pe} = E_{pe}(Q) - E_{pe}(P)$ $\Delta E_{pe} = (qV_Q + Cte) - (qV_P + Cte) \leftarrow$ $q = +e \text{ و } V_Q = 0$ $\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$	$\Delta E_{pe} = -W_{P \rightarrow Q}(\vec{F})$ $\Delta E_{pe} = -q(V_P - V_Q) \leftarrow$ $q = +e \text{ و } V_Q = 0$ $\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$

$$\Delta E_{pe} = -3,84.10^{-17} \text{ J} \quad \Delta E_{pe} = -240 \text{ eV} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 9

1- تحديد الثابتين a و b و التمثيل المياني لتغيرات E بدلالة h

$$E = a + bh$$

$$\text{عند } h = 0 : E = 100 \text{ V.m}^{-1} \quad \text{و عند } h = 1400 \text{ m} : E = 20 \text{ V.m}^{-1}$$

$$\begin{cases} a = 100 \text{ V.m}^{-1} \\ b \approx -0,06 \text{ V.m}^{-2} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} 100 = a \\ 20 = a + 1400b \end{cases} \leftarrow$$

$$E = 100 - 0,06h$$

و بالتالي:

2- شغل القوة الكهروستاتيكية

المجال الكهروستاتيكي $\vec{E}$ غير ثابت، إذن القوة الكهروستاتيكية $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ غير ثابتة. ولحساب شغلها يجب حساب مجموع أشغالها الجزئية.

$$- \text{ الشغل الجزئي خلال انتقال جزئي } dh : dW = \vec{F} \cdot d\vec{h} = -qE \cdot dh$$

مبيانيا: $E \cdot dh = dS$ (dS مساحة مستطيل عرضه dh وطوله E)

$$- \text{ الشغل الكلي: } W(\vec{F}) = \sum_{h=0}^{h=1400} dW = -q \sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh$$

$$\text{مبيانيا: } \sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh = S \quad (S \text{ مساحة شبه المنحرف } OABC)$$

$$S = S_{OAB} - S_{BCD} = \left(\frac{1}{2} \times 1750 \times 100\right) - \left(\frac{1}{2} \times (1750 - 1400) \times 100\right) = 84000$$

$$W(\vec{F}) = -10^{-10} \times 84000 = -8,4.10^{-6} \text{ J} \leftarrow$$

- استنتاج الجهد الكهربائي لنقطة تقع عند الارتفاع h

$$W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = q(V_0 - V_h) \quad (\text{علاقة صالحة حتى في هذه الحالة: حالة مجال غير ثابت})$$

$$V_h = -\frac{W_{0 \rightarrow h}(\vec{F})}{q}$$

$$\leftarrow W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = -qV_h \quad \leftarrow V_0 = 0 \quad \text{باختيار سطح الأرض حالة مرجعية:}$$

$$\underline{V_h = 84\,000\,V} \quad \text{ت.ع.}$$

-3

$$E_{pp} = 1,67 \cdot 10^{-27} \times 9,81 \times 1\,400 = \underline{2,3 \cdot 10^{-23}\,J} \quad \text{ت.ع.} \quad E_{pp} = mgh \quad \text{• طاقة الوضع الثقالية:}$$

$$E_{pe} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 84\,000 = \underline{1,3 \cdot 10^{-14}\,J} \quad \text{ت.ع.} \quad E_{pe} = qV_h \quad \text{• طاقة الوضع الكهروستاتيكية:}$$

ملحوظة هامة: لا يجوز تطبيق العلاقة $E_{pe} = qEh$ في هذه الحالة، لأن شدة المجال الكهروستاتيكي غير ثابتة.

$$\text{• مقارنة:} \quad \frac{E_{pe}}{E_{pp}} = 6 \cdot 10^8 \quad \leftarrow E_{pp} \ll E_{pe} \quad \text{: طاقة الوضع الثقالية مهملة أمام طاقة الوضع الكهروستاتيكية.}$$

-4 سرعة البروتون عندما يصل سطح الأرض

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين h و 0 ، لدينا:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e(V_h - V_0) \quad \leftarrow E_c - 0 = W_{h \rightarrow 0}(\vec{F})$$

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} \cdot V_h} \quad \leftarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \times 84\,000} = \underline{4,0 \cdot 10^6\,m \cdot s^{-1}} \quad \text{ت.ع.}$$