

المجال الكهربائي الساكن

حلول تمارين

تمرين 1

مميزات التأثير السني الكهروساكن لشحنتين نقطيتين

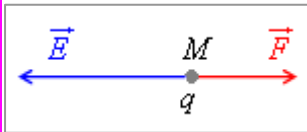
شحنتان مختلفتا الإشارة ← تأثير بيني كهروساكن **تجاذبي**، و شدته حسب قانون كولومب:

$$F = K \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$$F = 9.10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times 0,3 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = \underline{34 \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 2

مميزات متجهة المجال الكهروساكن $\vec{E}$ في النقطة M :



$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ و $q < 0 \leftarrow \vec{E}$ مستقيمة مع $\vec{F}$ في المنحى المعاكس و منظما (شدة المجال الكهروساكن):

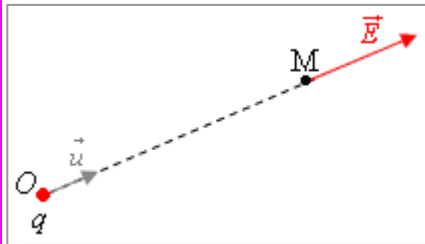
$$E = \frac{0,2}{2 \times 10^{-6}} = \underline{10^5 \text{ N.C}^{-1}} \quad \text{ت.ع.} \quad E = \frac{F}{|q|}$$

تمرين 3

مميزات متجهة المجال الكهروساكن:

$$(\vec{u} = \frac{\vec{OM}}{OM} \text{ مع } r = OM) \quad \vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}$$

و حيث أن $q > 0$ فإن $\vec{E}$ مستقيمة مع $\vec{u}$ و لهما نفس المنحى. و منظما أي شدة المجال



الكهروساكن في M هو: $E = K \cdot \frac{q}{r^2}$

$$E = 9.10^9 \times \frac{0,5 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = \underline{4,5.10^5 \text{ N.C}^{-1}} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 4

شدة القوة الكهروساكنة المطبقة على كل شحنة:

كل شحنة تخضع لقوتين كهروساكنتين مطبقتين من طرف الشحنتين الأخرين:

$$F_1 = F_2 = K \cdot \frac{q^2}{a^2} \quad \text{بحيث حسب قانون كولومب: } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

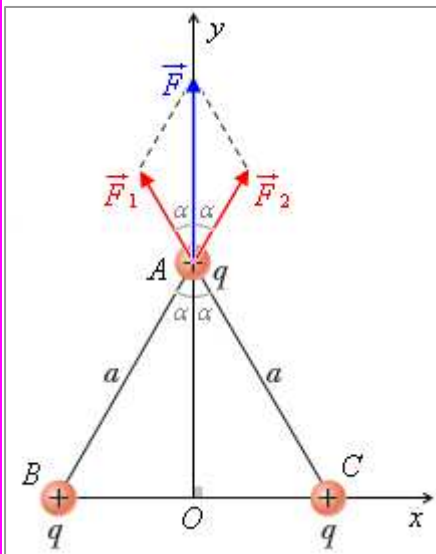
يمكن حساب المجموع المتجهي بطريقتين:

$$\bullet \text{ طريقة 1: } F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 2\alpha \quad \leftarrow \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F = 2F_1 \cos \alpha \quad \leftarrow \quad F^2 = 4F_1^2 \cos^2 \alpha \quad \leftarrow$$

$$F = K \sqrt{3} \cdot \frac{q^2}{a^2} \quad \leftarrow \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow \quad \alpha = 30^\circ$$

$$F = 9.10^9 \times \sqrt{3} \times \frac{(10 \times 10^{-9})^2}{(5 \times 10^{-2})^2} = \underline{6,2.10^{-4} \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$



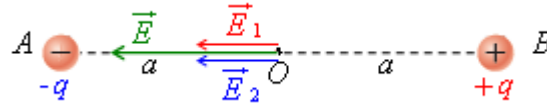
• طريقة 2: إسقاط العلاقة $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ في المعلم (O, x, y) يعطي:

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = -F_1 \cdot \sin \alpha + F_2 \cdot \sin \alpha = 0 \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = +F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \alpha = 2F_1 \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

و بما أن $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ فإن: $F = 2F_1 \cdot \cos \alpha$ و نتوصل إلى نفس النتيجة.

تمارين 5

1- تمثيل متجهة المجال الكهروساكن الكلي $\vec{E}(O)$ في النقطة O منتصف القطعة $[AB]$:

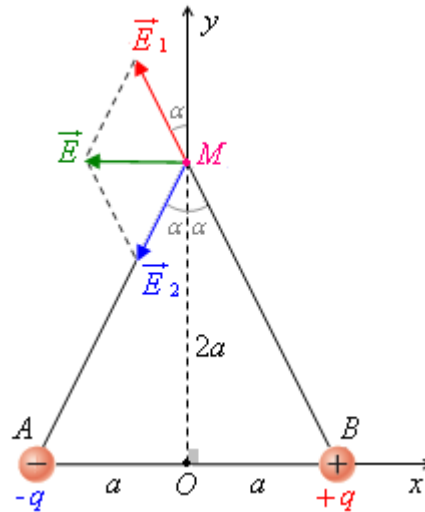


2- شدة المجال الكهروساكن $\vec{E}(O)$:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \text{مع } \vec{E}_1 \text{ و } \vec{E}_2 \text{ مستقيمتان و لهما نفس المنحى} \quad \leftarrow \quad E = E_1 + E_2$$

$$E = 2 \times 9.10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 7.2 \cdot 10^3 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad E = 2K \cdot \frac{q}{a^2} \quad \text{فإن بالتالي: } E_1 = E_2 = K \cdot \frac{q}{a^2}$$

3- تمثيل متجهة المجال الكهروساكن $\vec{E}(M)$ في النقطة M من واسط القطعة $[AB]$:



4- شدة المجال الكهروساكن الكلي في M :

$$E_1 = E_2 = \frac{K}{5} \cdot \frac{q}{a^2} \quad \text{مع } \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

إسقاط العلاقة $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ في المعلم (O, x, y) يعطي:

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = -E_1 \cdot \sin \alpha - E_2 \cdot \sin \alpha = -2E_1 \cdot \sin \alpha \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = +E_1 \cdot \cos \alpha - E_2 \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

$$E = 2E_1 \cdot \sin \alpha \quad \leftarrow \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E = \frac{2K}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{q}{a^2} \quad \leftarrow \quad \sin \alpha = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$E = \frac{2 \times 9.10^9}{5\sqrt{5}} \times \frac{1 \times 10^{-9}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 6.4 \cdot 10^2 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 6

شدة المجال الكهروساكن الكلي في M مركز المربع في كل حالة

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D \quad \text{في كلتا الحالتين:}$$

- في الحالة 1: $\vec{E}_D$ و $\vec{E}_B$ لهما نفس الشدة و نفس الاتجاه و منحنيين متعاكسين

$$\vec{E}_B + \vec{E}_D = \vec{0} \quad \leftarrow$$

$$E = E_A + E_C \quad \leftarrow \text{لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى}$$

$$E = 12K \cdot \frac{q}{a^2} \quad \text{و بما أن } E_A = K \cdot \frac{5q}{a^2} \text{ و } E_A = K \cdot \frac{q}{a^2} \text{ فإن بالتالي:}$$

$$E = 12 \times 9.10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 4.3.10^7 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

- في الحالة 2: نستخدم الطريقة التحليلية. بإسقاط العلاقة المتجهية في المعلم (M, x, y) لدينا:

$$\begin{cases} E_x = (+E_A - E_B - E_C - E_D) \cdot \cos 45^\circ \\ E_y = (-E_A - E_B + E_C - E_D) \cdot \sin 45^\circ \end{cases} \quad \leftarrow \begin{cases} E_x = E_{Ax} + E_{Bx} + E_{Cx} + E_{Dx} \\ E_y = E_{Ay} + E_{By} + E_{Cy} + E_{Dy} \end{cases}$$

$$\text{و بما أن } \cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ و } E_C = 3E_A \text{ و } E_B = 2E_A \text{ و } E_A = E_D = 2K \cdot \frac{q}{a^2} \text{ فإن:}$$

$$\begin{cases} E_x = -5E_A \cdot \cos 45^\circ = -5K \sqrt{2} \cdot \frac{q}{a^2} \\ E_y = -E_A \cdot \sin 45^\circ = -K \sqrt{2} \cdot \frac{q}{a^2} \end{cases}$$

$$E = K \sqrt{52} \cdot \frac{q}{a^2} \quad \leftarrow \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E = \sqrt{52} \times 9.10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 2.6.10^7 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 7

ملحوظة: هناك خطأ في المعطيات و يجب تصحيحه: $\vec{E}_2 = 4.10^3 \cdot \vec{j}$ و ليس $\vec{E}_2 = 4.10^3 \cdot \vec{i}$.

1- مميزات المجال الكهروساكن الكلي

$$\vec{E} = 10^3 \cdot \vec{i} + 4.10^3 \cdot \vec{j} \quad \leftarrow \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$\vec{E}$ متجهة ثابتة إذن المجال الكهروساكن الكلي منتظم.

$$E = \sqrt{(10^3)^2 + (4.10^3)^2} = 10^3 \cdot \sqrt{17} = 4.1.10^3 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{- شدته:}$$

$$\alpha = (\vec{i}, \vec{E}) \quad \text{في المثلث القائم الزاوية:} \quad \tan \alpha = \frac{E_2}{E_1}$$

$$\alpha \approx 76^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \alpha = \frac{4.10^3}{10^3} = 4 \quad \text{ت.ع.}$$

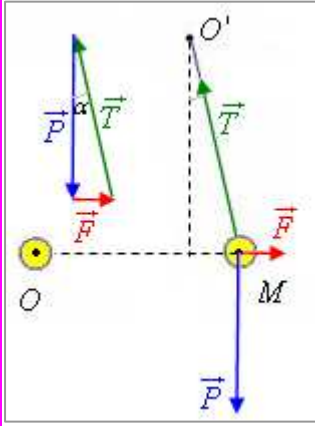
2- مميزات القوة الكهروساكنة المطبقة على أيون Cu^{2+}

$$F = 2eE \quad \text{و } \vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \text{و } q = +2e > 0 \quad \leftarrow \quad \vec{F} \text{ و } \vec{E} \text{ مستقيمتان و لهما نفس المنحى و شدة القوة الكهروساكنة هي:}$$

$$F = 2 \times 1.6.10^{-19} \times 4.1.10^3 = 1.3.10^{-15} \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

و الزاوية $\beta = \alpha$.

تمارين 8



1- شدة القوة الكهروساكنة التي تخضع لها الشحنة q

تخضع الشحنة q لثلاث قوى: القوة الكهروساكنة $\vec{F}$ ، وزنها $\vec{P}$ ، و توتر الخيط $\vec{T}$.
حسب شرط التوازن مجموع متجهات القوى منعدم، يعني الخط المضلعي لمتجهات القوى مغلق. و هو

$$F = m \cdot g \cdot \tan \alpha \quad \leftarrow \quad \tan \alpha = \frac{F}{P}$$

$$F = 1,5 \times 10^{-3} \times 9,81 \times \tan 10^\circ = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

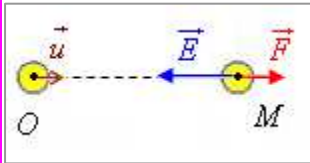
2- مميزات متجهة المجال الكهروساكن الذي تحدثه الشحنة Q في M

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{و} \quad q < 0 \quad \leftarrow \quad \vec{E} \text{ مستقيمة مع } \vec{F} \text{ في المنحى المعاكس}$$

$$E = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{17,6 \times 10^{-9}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N.C}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad E = \frac{F}{|q|}$$

3- إشارة وقيمة Q

تعبير متجهة المجال الذي تحدثه Q في النقطة M هو: $\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$ (مع $r = OM$ و $\vec{u} = \frac{\vec{OM}}{OM}$)



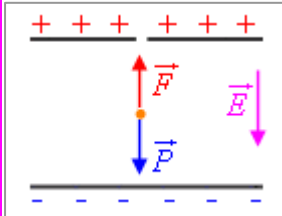
$$|Q| = \frac{E \cdot r^2}{K} \quad \text{و حيث أن } \vec{E} \text{ مستقيمة مع } \vec{u} \text{ و في المنحى المعاكس فإن } Q < 0 \text{ و قيمتها هي:}$$

$$|Q| = \frac{1,5 \cdot 10^5 \times (30 \times 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad \text{ت.ع.}$$

تمارين 9

1- تمثيل القوى المطبقة على القطرة

تخضع قطرة مشحونة لوزنها $\vec{P}$ و للقوة الكهروساكنة $\vec{F}$. و بما أنها في توازن (متوقفة) فإن القوتين لهما نفس خط التأثير و متعاكستان و لهما نفس الشدة.



2- إشارة شحنة القطرة

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \text{مع } \vec{F} \text{ و } \vec{E} \text{ متعاكستان} \quad \leftarrow \quad q < 0$$

3- تعبیر $|q|$ و قيمتها

$$|q| = \frac{mg}{E} \quad \leftarrow \quad |q|E = mg \quad \leftarrow \quad F = P$$

$$m = \rho \cdot V = \frac{1}{6} \cdot \rho \cdot \pi \cdot d^3 \quad \text{لنحسب عن كتلة القطرة:}$$

$$|q| = \frac{1}{6} \times \frac{851 \times \pi \times (3,28 \cdot 10^{-3} \times 10^{-3})^3 \times 9,81}{1,92 \cdot 10^5} = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \text{ت.ع.} \quad |q| = \frac{1}{6} \cdot \frac{\rho \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g}{E}$$

و بالتالي:

4- التحقق من أن قيمة شحنة القطرة عدد مضاعف صحيح للشحنة الابتدائية:

$$\frac{|q|}{e} = \frac{8,0 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \quad \text{أي:} \quad |q| = 5e$$