

التمرين الأول

ليكن n عددا طبيعيا غير منعدم. بين أن :

$$(1) \quad (21n + 4) \wedge (14n + 3) = 1$$

$$(2) \quad (n^2 + n) \wedge (2n + 1) = 1$$

$$(3) \quad (2n + 5) \wedge (n^2 + 5n + 6) = 1$$

$$(4) \quad \text{أ. بين أن } (2n + 11) \wedge (n + 3) = (n + 3) \wedge 5$$

بد استنتج القيم الممكنة للعدد :

$$(2n + 11) \wedge (n + 3)$$

$$\text{ج. حدد } n \text{ كي يكون } (2n + 11) \wedge (n + 3) = 5$$

التمرين الثاني

(1) ليكن k عدد صحيح نسبي ونعتبر العددين

$$a = 2k - 1, \quad b = 9k + 4$$

$$\text{أ. بين أن } a \wedge b = a \wedge 17$$

بد حدد الأعداد k والتي يكون من أجلها $a \wedge b = 17$

(2) ليكن n ; m عددان طبيعيين ونعتبر العددين

$$d = x \wedge y \quad \text{نضع} \quad x = 3m + 4n ; \quad y = 2m + 3n$$

$$\text{أ. بين أنه إذا كان } a|n \text{ و } a|m \text{ فإن } a|y \text{ و } a|x$$

بد أدرس العكس

ج. ماذا تستنتج ؟

التمرين الثالث

ليكن n ; c عددين طبيعيين.

$$\text{ونضع} \quad B = 2n + 1 ; \quad A = 3n$$

$$(1) \quad \text{بين أن } n \wedge (2n + 1) = 1$$

$$(2) \quad \text{بين أن } (nc) \wedge (2n + 1) = c \wedge (2n + 1)$$

(3) حدد تبعا لقيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين

$$A, B$$

التمرين الرابع

ليكن n عدد صحيح طبيعي

$$(1) \quad \text{تحقق أن } n + 3 / 3n^3 - 11n + 48$$

$$(2) \quad \text{بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad 3n^2 - 9n + 16 \in \mathbb{N}^*$$

$$(3) \quad \text{أ. بين أن :}$$

$$(\forall (a, b, c) \in \mathbb{N}^{*3}) \quad a \wedge b = (bc - a) \wedge b$$

بد استنتج أن :

$$(3n^3 - 11n) \wedge (n + 3) = (n + 3) \wedge 48$$

$$(4) \quad \text{حدد المجموعة} \quad A = \left\{ n \in \mathbb{N}^* / \frac{3n^3 - 11n}{n + 3} \in \mathbb{N} \right\}$$

التمرين الخامس

ليكن n ; m عددان طبيعيين ونعتبر العددين

$$x = 11m + 2n ; \quad y = 18m + 5n$$

$$(1) \quad \text{أحسب } 7x + y \text{ و استنتج أن } 19|x \Rightarrow 19|y$$

(2) أدرس العكس نضع $d = x \wedge y$ بين أن :

$$m \wedge n = 1 \Rightarrow (d = 19 \text{ أو } d = 1)$$

التمرين السادس

حل في $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ ما يلي :

$$(1) \quad \left(\begin{array}{l} a \wedge b = 24 \\ a + b = 168 \end{array} \right) \quad (\text{نأخذ } a \leq b)$$

$$(2) \quad \left(\begin{array}{l} a \wedge b = 2 \\ ab = 120 \end{array} \right) \quad (\text{نأخذ } a \leq b)$$

$$(3) \quad \left(\begin{array}{l} a + b = 84 \\ a \vee b = (a \wedge b)^2 \end{array} \right) \quad (\text{نأخذ } a \leq b)$$

(4) a, b, c ثلاثة أعداد طبيعية غير منعدمة

$$\text{وبحيث : } a \wedge b = 24 \text{ و } b \wedge c = 36$$

$$\text{أ. حدد } a \wedge b \wedge c$$

بد حدد الأعداد a, b, c علما أن $a + b + c = 300$

$$(5) \quad \text{أ. حل في } \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \text{ المعادلة } X^2 - Y^2 = 85$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 5440 \\ x \wedge y = 8 \end{array} \right. \quad \text{بد استنتج حلول النظام}$$

التمرين السابع

ليكن n عدد من $\mathbb{N}$

$$\text{أ. بين أن } n + 1 \text{ قاسم مشترك للعددين } n^2 + 5n + 4$$

$$\text{و } n^2 + 3n + 2$$

$$\text{بد حدد } n \text{ كي يكون } (n + 1) / (3n^2 + 15n + 19)$$

$$\text{ج. استنتج أن } n^2 + 3n + 2 \text{ لا يقسم العدد}$$

$$(3n^2 + 15n + 19)$$

التمرين الثامن

$$(1) \quad \text{حل في } \mathbb{N}^2 \text{ المعادلة : } x^2 - y^2 = 12$$

$$(2) \quad \text{حل في } \mathbb{N}^2 \text{ المعادلة : } X^2 - Y^2 = 24$$

$$(3) \quad \text{أ. بين أن } x + y \text{ و } x - y + 1 \text{ لهما زوجيتين}$$

مختلفتين

$$\text{بد حل في } \mathbb{N}^2 \text{ المعادلة } x^2 - y^2 + x + y = 20$$

التمرين التاسع

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E) : 5x - 7y = 3$

$$(1) \quad \text{ليكن } (\alpha, \beta) \text{ حلا للمعادلة } (E)$$

$$\text{أ. بين أن } 3 / \alpha + \beta$$

$$\text{بد نضع } d = \alpha \wedge \beta \text{ بين أن } d = 1 \text{ أو } d = 3$$

$$(2) \quad \text{تحقق أن } (2, 1) \text{ حل للمعادلة } (E) \text{ ثم حدد}$$

مجموعة حلولها

$$(3) \quad \text{حدد الأزواج } (x, y) \text{ حل للمعادلة } (E) \text{ والتي تحقق}$$

$$x \wedge y = 3$$