

التمرين (1)

- 1) بين أن  $(n^2 - 3n + 6) \wedge (n - 1) = (n - 1) \wedge 4$
- 2) استنتج القيم الممكنة للعدد  $d = (n - 1) \wedge (n^2 - 3n + 6)$
- 3) حدد قيم  $n$  والتي يكون من أجلها :  $(n - 1) \wedge (n^2 - 3n + 6) = 4$

التمرين (2)

ليكن  $x, y$  عددين من  $\mathbb{N}^*$

$$a = 2x + 3y, \quad b = 9x + 5y$$

$$17/a \Leftrightarrow 17/b$$

$$(x \wedge y = 1) \Rightarrow (a \wedge b / 17)$$

2) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  النظام :

$$(S) \begin{cases} (2x + 3y)(9x + 5y) = 1156 \\ x \wedge y = 2 \end{cases}$$

نعتبر العددين  $x', y'$  بحيث  $x = 2x', y = 2y'$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} (2x' + 3y')(9x' + 5y') = 296 \\ x' \wedge y' = 1 \end{cases}$$

بد استنتج حلول النظام  $(S)$

التمرين (3)

$$1) \text{ تحقق أن } 2^4 \equiv 3 \pmod{13} \text{ و } 3^3 \equiv 1 \pmod{13}$$

$$2) \text{ حدد باقي قسمة العدد } 1428^{2007} \text{ على } 13$$

التمرين (4)

$$\text{نعتبر في } \mathbb{Z}^2 \text{ المعادلة } (E) \quad 13x - 24y = 17$$

$$1) \text{ ليكن } (\alpha, \beta) \text{ حلا للمعادلة } (E)$$

$$\text{ونضع } d = \alpha \wedge \beta$$

$$17 | 2\alpha - 5\beta \quad \text{أ. بين أن}$$

$$d = 17 \text{ أو } d = 1 \quad \text{ب. بين أن}$$

$$2) \text{ أ. تحقق أن } (5, 2) \text{ حل للمعادلة } (E)$$

بد حدد مجموعة حلول المعادلة  $(E)$

$$3) \text{ حدد الأزواج } (x, y) \text{ حل للمعادلة } (E) \text{ والتي تحقق}$$

$$x \wedge y = 17$$

التمرين (5)

1) ليكن  $n$  عدد نسبي.

$$\text{بين أن العدد } n^4 - 20n^2 + 4 \text{ غير أولي}$$

$$2) \quad a, b \text{ عددان من } \mathbb{N} \text{ مع } a \geq 2 \text{ و } b \geq 2$$

$$\text{بين أن العدد } a^4 + 4b^4 \text{ غير أولي}$$

التمرين (6)

حل المعادلات التالية :

$$1) \quad \bar{6}\bar{x}^2 + \bar{4} = \bar{0} \text{ في } \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$$

$$2) \quad \bar{5}\bar{x}^2 + \bar{x} - \bar{4} = 0 \text{ في } \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$$

$$3) \quad \bar{x}^2 - \bar{2}\bar{x} - \bar{3} = \bar{0} \text{ في } \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$$

التمرين (7)

$$1) \text{ حل في } \mathbb{Z}^2 \text{ المعادلة } 5x - 7y = 5$$

$$2) \text{ حدد حلول النظام } \begin{cases} x \equiv 0 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$$

التمرين (8)

$$\text{نعتبر في } \mathbb{Z}^2 \text{ المعادلة } (E) : 11x - 16y = 9$$

$$1) \text{ ليكن الزوج } (\alpha, \beta) \text{ حلا للمعادلة } (E)$$

$$\text{ونضع } d = \alpha \wedge \beta$$

$$\text{أ. بين أن } d = 1 \text{ أو } d = 3 \text{ أو } d = 9$$

$$\text{بد } (i) \text{ حل في } \mathbb{Z}/9\mathbb{Z} \text{ المعادلة } \bar{2}\bar{x} = \bar{0}$$

$$(ii) \text{ استنتج أن } 9 / \alpha + \beta$$

$$2) \text{ تحقق أن } (11, 7) \text{ حلا للمعادلة } (E) \text{ ثم حل } (E)$$

$$3) \text{ نعتبر العددين } a = 11k + 7 \text{ و } b = 16k + 11$$

حيث  $k$  عدد صحيح نسبي

$$\text{أ. بين أن } a \wedge b = (k - 1) \wedge 9$$

بد حدد الأزواج  $(x, y)$  حلول المعادلة  $(E)$  والتي يكون

$$\text{من أجلها } x \wedge y = 9$$

التمرين (9)

1) ليكن  $n$  عددا صحيحا طبيعيا .

$$\text{أ. بين أنه إذا كان } n \text{ فرديا فإن : } n^2 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$\text{بد بين أن إذا كان } n \text{ زوجيا فإن :}$$

$$n^2 \equiv 0 \pmod{8} \text{ أو } n^2 \equiv 4 \pmod{8}$$

2) ليكن  $a, b, c$  أعداد صحيحة طبيعية فردية.

$$\text{أ. بين أن : } a^2 + b^2 + c^2 \text{ ليس مربعا كاملا}$$

$$\text{بد بين أن } [8] \quad 2(ab + bc + ca) \equiv 6$$

$$\text{ج. استنتج أن } 2(ab + bc + ca) \text{ ليس مربعا كاملا}$$

$$\text{د. بين أن } ab + bc + ca \text{ ليس مربعا كاملا}$$

التمرين (10)

$$1) \text{ نضع } a = pn \text{ و } b = (p - 1)n \text{ حيث } p \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{و } n \in \mathbb{N}^* - \{1\} \text{ . بين أن } a \wedge b = a - b$$

$$2) \text{ بين أنه إذا كان } a \wedge b = a - b \text{ فإنه يوجد زوج}$$

$$(p, n) \text{ في } \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \text{ بحيث : } a = pn \text{ و } b = (p - 1)n$$

$$3) \text{ ليكن } x, y \text{ عددين من } \mathbb{N}^* \text{ ونعتبر الأعداد}$$

$$a = 40x(3y + 2), \quad b = 15x(8y + 5) \text{ و } c = 24x(5y + 3)$$

$$\text{أ. حدد } a \wedge b \text{ و } b \wedge c$$

$$\text{بد بين أن } a \wedge b \wedge c = x$$