هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## تمارين حول الحسابيات

### التمرين الأول

حدد العدد $n$ في الحالات التالية :

أ- $n-4/6$ ب- $n-3/n+3$

ج- $n+1/3n-4$ د- $3n+4/11n+8$

### التمرين الثاني

ليكن $a$ و $b$ عددان بحيث : $a\wedge b=1$

بين أن $(a+b)\wedge a=1$ و $(a-b)\wedge b=1$

### التمرين الثالث

بين ما يلي : $\left(n^2+n+1\right)\wedge(n+1)=1$

$(7n+2)\wedge\left(21n^2+16n+3\right)=1$

$(4n+1)\wedge(4n-1)=1$ ، $n\wedge\left(n^2+1\right)=1$

$(7n+2)\wedge(11n+3)=1$

$(2n+3)\wedge(3n+5)=1$

$\left(2n^2+4n+1\right)\wedge(n+2)=1$

### التمرين الرابع

1) ليكن $a$ عدد نسبي بحيث $a\notin\{-1;0;1\}$ .

بين أن $a^4+a^2+1$ غير أولي

2) ليكن $a$ عدد نسبي غير منعدم و يخالف 1 .

بين أن $a^4+4$ غير أولي

### التمرين الخامس

1) حل في $\mathbb{N}^2$ النظمتين : $\begin{cases}x\wedge y=6\\xy=432\end{cases}$

2) $\begin{cases}x\wedge y=12\\x+y=96\end{cases}$

### التمرين السادس

1) بين أن $\left(n^2+1\right)\wedge(n+1)=(n+1)\wedge 2$

2) حدد $\left(n^2+1\right)\wedge(n+1)$ حسب زوجية العدد $n$

3) حدد الأعداد الطبيعية $n$ بحيث :

$\left(n^2+1\right)\wedge(n+1)=(n+1)$

### التمرين السابع

1) حدد الأعداد $a$ و $b$ من $\mathbb{N}^*$ و بحيث $a\le b$ و التي تحقق

$(a\vee b)-(a\wedge b)=7$

2) حدد الأعداد $a$ و $b$ من $\mathbb{N}^*$ و التي تحقق :

$2(a\vee b)-7(a\wedge b)=11$

3) حدد الأعداد $a$ و $b$ من $\mathbb{N}^*$ و بحيث $a\le b$ و التي تحقق

$(a\vee b)-3(a\wedge b)=4$

### التمرين الثامن

1) نضع $a=pn$ و $b=(p-1)n$ حيث $p\in\mathbb{N}^*$

و $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ . بين أن $a\wedge b=a-b$

2) بين أنه إذا كان $a\wedge b=a-b$ فإنه يوجد زوج $(p,n)$

في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ بحيث : $a=pn$ و $b=(p-1)n$

### التمرين التاسع

ليكن $x$ ; $y$ عددين من $\mathbb{N}^*$ و نعتبر الأعداد

$a=40x(3y+2)$ ، $b=15x(8y+5)$

و $c=24x(5y+3)$

1) حدد $a\wedge b$ و $b\wedge c$

2) بين أن $a\wedge b\wedge c=x$

### التمرين العاشر

ليكن $a$ عدد طبيعي بحيث $a\ge 2$

1) بين أن إذا كان $p\mid n$ فإن $a^p-1\mid a^n-1$

2) استنتج أن العدد $2^{2010}-1$ مضاعف لكل من 31 ; 7 ; 3

### التمرين الحادي عشر

نعتبر المعادلة $(E)$ $x^2-y^2+x-y=12$

أ- تحقق أن العددين $x-y$ و $x+y+1$ من زوجيتين مختلفتين

ب- حدد حلول المعادلة $(E)$

### التمرين الثاني عشر

نعتبر المعادلة $(E)$ $x^2-y^2-6x-63=0$

أ- تحقق أن $(E)\Leftrightarrow(x-y-3)(x+y-3)=72$

ب- حدد حلول المعادلة $(E)$

### التمرين الثالث عشر

$n$ , $p$ عددان من $\mathbb{Z}$ .

نضع $x=5n+3p$ و $y=3n+2p$

أ- بين أن $(d\mid p$ و $d\mid n)\Rightarrow(d\mid x$ و $d\mid y)$

ب- استنتج أن $x\wedge y=p\wedge n$

بين أن لكل عدد طبيعي $n$ العدد $5^{2n}+3$ لا يقبل القسمة على 8

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## التمرين الرابع عشر

1) حدد $x$ في كل من الحالات التالية :

أ- $12 \equiv x \ [11]$

ب- $x \equiv 111 \ [23]$ و $-23 < x < 0$

ج- $x \equiv 215 \ [13]$ و $0 \leq x < 13$

2) ليكن $n$ عدد طبيعي و $n \geq 2$ .

حدد قيم العدد $n$ في كل من الحالات التالية :

أ- $13 \equiv 5 \ [n]$ ب- $125 \equiv -11 \ [n]$

ج- $87 \equiv 74 \ [n]$

## التمرين الخامس عشر

1) أ- حدد حسب قيم $n$ باقي قسمة العدد $2^n$ على 3

ب- استنتج باقي قسمة كل من العددين :

$275423^n$ و $275423^n + 372121^n$ على 3

2) تحقق أن $3^3 \equiv 1 \ [13]$ ثم استنتج أن :

$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 13 / 3^{6n+2} + 3^{3n+1} + 1$

## التمرين السادس عشر

أ- أدرس حسب قيم العدد $n$ باقي قسمة العدد $5^n$ على 13

ب- حدد باقي قسمة العدد $2020^{2014}$ على 13

ج- بين ان $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right) \quad 13 / 31^{4n+1} + 18^{4n-1}$

## التمرين السابع عشر

ليكن $p$ عدد أولي بحيث $p \geq 3$

1) بين أن $p \equiv 1 \ [4]$ أو $p \equiv 3 \ [4]$

2) بين أن $p^2 \equiv 1 \ [8]$

## التمرين الثامن عشر

أ- حدد بينما لقيم العدد $n$ باقي قسمة العدد $3^n$ على 8

ب- بين أن : $8 / 3^{2n} - 1$ و $8 / 3^{2n+2} + 7$

و أن $8 / 3^{2n+4} - 1$

ج- نضع $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p} + 3^{4p}$ حدد باقي قسمة العدد $A_p$ على 8 حسب زوجية العدد $p$

## التمرين التاسع عشر

$p$ عدد طبيعي أولي أكبر أو يساوي 5

1) بين أن: $p^2 \equiv 1 \ [3]$

2) باستعمال زوجية العدد $p$ بين أن : $p^2 \equiv 1 \ [8]$

3) ليكن $a$ و $b$ عددين طبيعيين بحيث $3a = 8b$

ا- بين أن $3 / b$ و استنتج أن $8 / a$

ب- استنتج أن $p^2 \equiv 1 \ [24]$

## التمرين العشرون

نضع $B_n = 3 \times 4^n + 2 \times 4^{n+1} + 4^{n+2}$ لكل عدد طبيعي $n$

1) أ- أدرس زوجية العدد $B_n$

ب- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 3 | B_n$

ج- استنتج أن $B_n$ يقبل القسمة على 6

2) حدد $B_n \wedge B_{n+1}$

## التمرين الحادي و العشرون

بين أن العددين $n^2 - n + 4$ و $n^2 + n + 4$ زوجيين

ثم استنتج أن $n^4 \equiv n^2 \ [4]$

## التمرين الثاني و العشرون

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E) : (x+1)^2 = 9 + 5y$

1) ليكن $(x, y)$ حلا للمعادلة $(E)$ .

بين أن $x \equiv 1 \ [5]$ أو $x \equiv 2 \ [5]$

2) حدد مجموعة حلول المعادلة $(E)$

## التمرين الثالث و العشرون

حل المعادلات التالية :

1) $\overline{3}\overline{x} = \overline{1}$ في المجموعة $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$

2) $\overline{5}\overline{x} = \overline{2}$ في المجموعة $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

3) $\overline{6}\overline{x}^2 + \overline{4} = \overline{0}$ في المجموعة $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$

4) $\overline{5}\overline{x}^2 + \overline{x} - \overline{4} = \overline{0}$ في المجموعة $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$

## التمرين الرابع و العشرون

1. تحقق أن :

$10^3 - 1 = 9 \times 111$ و أن $10^3 + 1 = 7 \times 11 \times 13$

2. نضع : $A_n = 10^{9n} + 2 \times 10^{6n} + 2 \times 10^{3n} + 1$

أ- حدد باقي القسمة للعدد $A_n$ على 111

ب- بين أنه إذا كان $n$ عددا فرديا فإن $A_n$ يقبل القسمة على 7 و 11 و 13

ج- نفترض أن $n$ عدد زوجي .

ج1- بين أن $A_n - 6$ يقبل القسمة على 7 و 11 و 13

ج2- حدد باقي القسمة للعدد $A_n$ على $111 \times 1001$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma