

التمرين الأول

- (1) أ- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 2^n على 9
ب- بين أن $1 - 9/2^{2n} (2^{2n+1} - 1)$
(2) أ- تحقق أن $17 \equiv -1 \pmod{2^4}$ و $17 \equiv -2^3 \pmod{3^2}$
ب- استنتج أن $17 \equiv 1 \pmod{2^8}$ و $17 \equiv 1 \pmod{3^{16}}$
ج- حدد باقي قسمة العدد $1431^{2010} + 2010^{1431}$ على 17
(3) أ- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 4^n على 7
ب- حدد حسب فيم العدد n ، باقي القسمة للعدد :
 $A = 851^{3n} + 851^{2n} + 851^n + 2$ على العدد 7

التمرين الثاني

- (1) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :
 $U_n = 4^n - 3n - 1$
أ- بين أن $U_{n+1} = 4U_n + 9n$
ب- بين أن $9 | U_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
(2) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} U_0 = 2 & ; & U_1 = 5 \\ U_{n+2} = 5U_{n+1} - 6U_n \end{cases}$$

أ- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} \wedge U_n = 1$
ب- حدد القيم الممكنة للقاسم : $d = U_{n+2} \wedge U_n$

التمرين الثالث

- ليكن p عدد طبيعي أولي و بحيث $p \geq 5$.
(1) بين أن $3 \mid p^2 - 1$ و $3 \mid 2^p - 2$
(2) استنتج أن العدد $p^2 + 2^p$ غير أولي
(3) بين أنه إذا كان $p^2 + 2^p$ أولي فإن $p = 3$
(4) بين أنه إذا كان $p \mid p^2 + 2^p$ فإن $p = 2$

التمرين الرابع

- (1) ليكن a و m عدنان طبيعيين بحيث : $a \geq 2$ و $m \geq 1$ و نضع $b = a^m + 1$. بين أنه إذا كان b أولي فإن a زوجي و m يكتب على الشكل $m = 2^n$ حيث n طبيعي
(2) بين أن $641 \mid 2^{25} + 1$ ماذا تستنتج ؟
(3) نضع $F_n = 2^{2^n} + 1$ لكل عدد طبيعي n
أ- أحسب F_1 , F_2
ب- ليكن m و n من \mathbb{N}^* مع $n < m$.
(i) بين أن $F_n \mid F_m - 2$
(ii) استنتج أن لكل عددين m و n مختلفين من $\mathbb{N}^* - \{1\}$ لدينا $F_n \wedge F_m = 1$

التمرين الخامس

- (1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .
أ- بين أنه إذا كان n فرديا فإن : $8 \mid n^2 - 1$
ب- بين أن إذا كان n زوجيا فإن :
 $8 \mid n^2$ أو $8 \mid n^2 - 4$
(2) ليكن $a ; b ; c$ أعداد صحيحة طبيعية فردية .
أ- بين أن : $a^2 + b^2 + c^2$ ليس مربعا كاملا
ب- بين أن $8 \mid 2(ab + bc + ca) \equiv 6$
ج- استنتج أن $2(ab + bc + ca)$ ليس مربعا كاملا
د- بين أن $ab + bc + ca$ ليس مربعا كاملا

التمرين السادس

- ليكن n عددا طبيعيا غير منعدم .
(1) بين أن $n \wedge (2n+1) = 1$ و $n^2 \wedge (2n+1) = 1$
(2) استنتج أنه إذا كان $d \mid 2n+1$ فإن $d \wedge n^2 = 1$
(3) حدد مجموعة الأعداد الطبيعية n و التي يكون من أجلها $5 \mid (2n+1)$
(4) أ- بين أن لكل عدد n من \mathbb{N}^* لدينا :
 $n^2 (n^2 + 1) \wedge (2n+1) = (2n+1) \wedge 5$
ب- استنتج الأعداد الطبيعية n بحيث يكون :
 $n^2 (n^2 + 1) \wedge (2n+1) = 1$

التمرين السابع

- نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E) : 11x - 16y = 9$
(1) ليكن الزوج (α, β) حلا للمعادلة (E) و نضع $d = \alpha \wedge \beta$
أ- بين أن $d = 1$ أو $d = 3$ أو $d = 9$
ب- بين أن $9 \mid \alpha + \beta$
(2) حدد حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل (E)
(3) نعتبر العددين $a = 11k + 7$ و $b = 16k + 11$: $k \in \mathbb{Z}$
أ- بين أن $a \wedge b = (k-1) \wedge 9$
ب- حدد الزواج (x, y) حلول المعادلة (E) و التي يكون من أجلها $x \wedge y = 3$