

التمرين الخامس

- 1) ليكن n عدداً صحيحاً طبيعياً .
 أ- بين أنه إذا كان n فردياً فإن: $n^2 \equiv 1 \pmod{8}$
 ب- بين أن إذا كان n زوجياً فإن: $n^2 \equiv 0 \pmod{8}$ أو $n^2 \equiv 4 \pmod{8}$
 2) ليكن c, b, a أعداداً صحيحة طبيعية فردية .
 أ- بين أن: $a^2 + b^2 + c^2$ ليس مربعاً كاملاً
 ب- بين أن $2(ab + bc + ca) \equiv 6 \pmod{8}$
 ج- استنتج أن $(ab + bc + ca)^2$ ليس مربعاً كاملاً
 د- بين أن $ab + bc + ca$ ليس مربعاً كاملاً

التمرين السادس

- ليكن n عدداً طبيعياً غير منعدم .
 1) بين أن $n^2 \wedge (2n+1) = 1$ و $n \wedge (2n+1) = 1$
 2) استنتج أنه إذا كان $d \mid 2n+1$ فإن $d \mid n$
 3) حدد مجموعة الأعداد الطبيعية n و التي يكون من أجلها $5 \wedge (2n+1) = 5$
 أ- بين أن لكل عدد n من \mathbb{N}^* لدينا :

$$n^2(n^2+1) \wedge (2n+1) = (2n+1) \wedge 5$$

 ب- استنتج الأعداد الطبيعية n بحيث يكون:

$$n^2(n^2+1) \wedge (2n+1) = 1$$

التمرين السابع

- نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E): 11x - 16y = 9$
- 1) ليكن الزوج (α, β) حل المعاadleة (E) و نضع $d = \alpha \wedge \beta$
 أ- بين أن $d = 1$ أو $d = 3$ أو $d = 9$
 ب- بين أن $\frac{9}{d} = \alpha + \beta$
 2) حدد حل خاصة للمعادلة (E) ثم حل (E)
 3) نعتبر العددين $a = 11k + 7$ و $b = 16k + 11$ و $a \wedge b = (k-1) \wedge 9$
 أ- بين أن $a \wedge b = (k-1) \wedge 9$
 ب- حدد الزواج (x, y) حل المعاadleة (E) و التي يكون من أجلها $x \wedge y = 3$

التمرين الأول

- 1) أ- أدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 2^n على 9
 ب- بين أن $9 \mid 2^{2n+1} - 1$
 2) أ- تحقق أن $17 \mid 2^4 - 1$ و أن $17 \mid 3^{16} - 1$
 ب- استنتج أن $17 \mid 2^8 - 1$
 ج- حدد باقي قسمة العدد $1431^{2010} + 1431^{1431}$ على 17
 3) أ- أدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 4^n على 7
 ب- حدد حسب فيه العدد n ، باقي القسمة للعدد $A = 851^{3n} + 851^{2n} + 851^n + 2$ على العدد 7

التمرين الثاني

- 1) نعتبر المتالية (U_n) المعرفة بما يلي :

$$U_n = 4^n - 3n - 1$$

 أ- بين أن $U_{n+1} = 4U_n + 9n$
 ب- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) 9 \mid U_n$
 2) نعتبر المتالية (U_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 2 & ; U_1 = 5 \\ U_{n+2} = 5U_{n+1} - 6U_n \end{cases}$$

 أ- بين أن $U_{n+1} \wedge U_n = 1$
 ب- حدد القيم الممكنة للفاصل : $d = U_{n+2} \wedge U_n$

التمرين الثالث

- ليكن p عدد طبقي أولي و بحيث $p \geq 5$.
 1) بين أن $2^p \equiv 2 \pmod{p^2 - 1}$
 2) استنتج أن العدد $p^2 + 2^p$ غير أولي
 3) بين أنه إذا كان $p^2 + 2^p$ أولي فإن $p = 3$
 4) بين أنه إذا كان $p^2 + 2^p$ فإن $p \mid p^2 + 2^p$

التمرين الرابع

- 1) ليكن a و m عدداً طبقيان بحيث : $a \geq 2$ و $m \geq 1$ و $n \geq 1$ و نضع $b = a^m + 1$. بين أنه إذا كان $m = 2^n$ فإنه a زوجي و m يكتب على الشكل $m = 2^n$ حيث n طبقي
 2) بين أن $641 \mid 2^{2^5} + 1$ ماذا تستنتج ؟
 3) نضع $F_n = 2^{2^n} + 1$ لكل عدد طبقي n
 أ- أحسب F_1, F_2 ،
 ب- ليكن m و n من \mathbb{N}^* مع $n < m$.
 (i) بين أن $F_n \mid F_m - 2$
 (ii) استنتج أن لكل عددين m و n مختلفين من $F_n \wedge F_m = 1$ لدينا $\mathbb{N}^* - \{1\}$