

## تمرين

### تمرين 1

1- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad n(n^4 - 1) \equiv 0 \pmod{5}$

2- بين أن العدد  $2^{70} + 3^{70}$  قابلة للقسمة على 13

3- بين أن 17 يقسم  $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

4- ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}$  ،

حدد باقي القسمة الأقلية للأعداد  $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$  على 4

حدد باقي القسمة الأقلية للأعداد  $17^n + 18^n + 19^n$  على 4

5- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 6^n + 13^{n+1} \equiv 0 \pmod{7}$

6- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 3^{2n+1} + 5^{2n+1} \equiv 0 \pmod{4}$

7- بين أن  $4^{4n+2} - 3^{n+3}$  يقبل القسمة على 11

8- حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  التي من أجلها يكون  $2 \cdot 3^n + 3 \equiv 0 \pmod{11}$

9- حدد باقي قسمة  $32^{45}$  على 7

10- حدد باقي القسمة الأقلية للعدد  $19^{60} \times 23^{27}$  على 7

### تمرين 2

1- أعط جدول الجمع ثم الضرب في  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

2- حدد مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية  $x$  حيث في  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

### تمرين 3

أنشر  $(10^6 - 1)^3$  ثم استنتج باقي القسمة للعدد 999999<sup>3</sup> على 5

### تمرين 4

حدد الأرقام  $x$  و  $y$  بحيث العدد الصحيح الطبيعي  $11x1y$  قابل للقسمة على 28

### تمرين

ليكن  $n \in \mathbb{N}$

حدد  $n$  حيث باقي القسمة الأقلية للعدد 644 على  $n$  هو 15 و باقي القسمة الأقلية للعدد 1095 على  $n$  هو 22

### تمرين 5

ليكن  $n \in \mathbb{N}$

1- بين أن  $10 - n^3 + 3n$  مضاعف للعدد 133 اذا و فقط اذا كان  $n \equiv 3 \pmod{15}$  أو  $n \equiv 5 \pmod{13}$

2- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي  $n$  أكبر أو يساوي 2500 حيث  $n^3 + 3n - 10$  تقبل القسمة على 13

### تمرين 6

1- أعطى وفق قيم العدد الصحيح الطبيعي  $n$  باقي القسمة الأقلية للعدد  $2^n$  على 5

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

- استنتج باقي القسمة الاقلدية للعدد  $2^{2356}$  على 5
- اعطي باقي القسمة الاقلدية للعدد  $(3722)^{763}$  على 5
- اعطي باقي القسمة الاقلدية للعدد  $(6753)^{811}$  على 5

تمرين 7

بين أن العدد  $2^{2002} + 8$  تقبل القسمة على 11  
تمرين 8

1- اعطي وفق قيم العدد الصحيح الطبيعي  $n$  باقي القسمة الاقلدية للعدد  $2^n$  على 7

2- استنتج اذا كان  $n$  لا يقبل القسمة على 3 فان  $1 + 2^n + 2^{2n}$  على 7

تمرين 9

حدد الأعداد الصحيحة النسبية  $x$  بحيث يكون للقسمة الاقلدية  $x$  على 7 خارج  $q$  و باقي  $q^2$

تمرين 10

بين إذا كان للقسمة الاقلدية  $a$  على  $b$  و القسمة الاقلدية  $a'$  على  $b$  نفس الخارج و كان  $a' \prec x \prec a$  فان  $q$  خارج القسمة الاقلدية  $x$  على  $b$

تمرين 11

1- أكتب بتفصيل مجموعة قواسم 6 في  $\mathbb{Z}$

2- حدد الأعداد الصحيحة النسبية  $n$  حيث  $4 - n$  تقسم 6

3- حدد الأعداد الصحيحة النسبية  $n$  حيث  $4 - n$  تقسم 2

4- حدد الأعداد الصحيحة النسبية  $n$  حيث  $1 + n$  تقسم 4

تمرين 12

ليكن  $(a; b) \in \mathbb{Z}^2$

بين اذا كان  $a^2 + b^2$  قابلة للقسمة على 7 فان  $a$  و  $b$  يقبلان القسمة على 7

تمرين 13

ليكن  $a \geq b$  حيث  $(a; b) \in \mathbb{N}^2$

بين أن إذا كان  $b^5 - a^5$  قابل القسمة على 10 فان  $b^2 - a^2$  يقبل القسمة على 20

تمرين 14

ليكن  $n \in \mathbb{N}$

1- بين أن  $5 + n^2 + 3n + 2 + n^2 + 5n + 1$  يقبلان القسمة على  $n + 1$

2- حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  حيث  $3n^2 + 15n + 19$  تقبل القسمة على  $n + 1$

3- استنتج أن  $19 + 3n^2 + 15n$  لا تقبل القسمة على 2 لأي  $n \in \mathbb{N}$  مهما كان  $n$

تمرين 15

ليكن  $n \in \mathbb{N}$

1- حدد باقي قسمة  $5^n$  على 13

2- استنتج أن لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  أكبر من أو يساوي 1، العدد  $N = 31^{4n+1} + 18^{4n-1} + 1$  تقبل القسمة على 13

تمرين 16

ليكن  $n \in \mathbb{N}$

1/ من أجل  $n$  حيث  $1 \leq n \leq 6$  حدد باقي قسمة  $3^n$  على 7

ب/ بين أن  $3^n - 3^{n+6}$  تقبل القسمة لكل  $n \in \mathbb{N}$

ج/ استنتج أن  $3^n$  و  $3^{n+6}$  لهما نفس باقي القسمة على 7

د/ مستعينا بالنتائج السابقة حدد باقي قسمة  $3^{1000}$  على 7

ه/ بصفة عامة، كيف نحسب باقي القسمة الاقلدية للعدد  $3^n$  على 7

2- نضع  $u_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1}$

أ/ بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{2}(3^n - 1)$

ب/ حدد قيمة  $n$  حيث  $u_n$  تقبل القسمة على 7

- برهن أن  $\forall (a; b; c) \in \mathbb{Z}^3 \quad a \wedge b = b \wedge (a - bc)$
- 1- بين أن  $\forall n \in \mathbb{Z} \quad (5n^3 - n) \wedge (n + 2) = (n + 2) \wedge 38$
- 2- حدد الأعداد الصحيحة النسبية  $n$  بحيث  $n + 2$  يقسم  $n - 5n^3 - n$
- 3- ما هي القيم الممكنة للفاصل المشترك للعددين 2 و  $n + 2$  و  $n$ ؟
- 5- حدد المجموعة  $A = \left\{ n \in \mathbb{Z} / (5n^3 - n) \wedge (n + 2) = 19 \right\}$