

التمرين الأول

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{(x-1)^2}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f وأحسب

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(3) استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

(4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f والمستقيم ذي المعادلة $y = 2$

بد حدد تقاطع C_f ومحور الأفاصيل

(5) أ. بين أن $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} \frac{3-x}{x-1}$

بد أنجز جدول تغيرات الدالة f

(6) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني

f دالة عددية بحيث: $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2(x-1)}$

(1) أ. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

بد أحسب نهايات الدالة f

(2) أ. حدد الأعداد الحقيقية c, b, a بحيث:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

بد حدد المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f

(3) بين أن النقطة $I\left(1, \frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل ل C_f

(4) أحسب المشتقة $f'(x)$ وضع جدول التغيرات

(5) أحسب المشتقة الثانية وأدرس تقعر المنحنى C_f

(6) أرسم المنحنى C_f

(7) استنتج رسما لمنحنى الدالة g المعرفة بما يلي:

$$g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2|x-1|}$$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}$

(1) أ. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

بد أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أن: $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 2x + 3)}{(x^2 - x + 1)^2}$ ($\forall x \in D_f$)

بد استنتج تغيرات الدالة f

(3) أ. تحقق أن:

$$(\forall x \in D_f) f(x) = x + 1 - \frac{1}{x^2 - x + 1}$$

بد استنتج أن ل C_f مقارب مائل محددًا بمعادلته

ج. أدرس الوضع النسبي ل C_f والمقارب المائل

(4) أ. بين أن: $f''(x) = \frac{-6x(x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$ ($\forall x \in D_f$)

بد أدرس تقعر المنحنى C_f محددًا أحداثيات نقطتي الانعطاف

(5) أ. أعط معادلة المماس (T) ل C_f في النقطة 1

بد أرسم المنحنى C_f

التمرين الرابع

f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}-1}$

(1) حدد D_f وأحسب نهايات الدالة f

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(3) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين النقطة -2

(4) أ. بين أن $f'(x) = \frac{1 + (\sqrt{x+2}-1)^2}{2\sqrt{x+2}(\sqrt{x+2}-1)^2}$

بد ضع جدول التغيرات للدالة f

(5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الخامس

لتكن f دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x} - 2\sqrt{\frac{x^2 + 4}{x}}$$

(1) حدد D_f وأحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) أ. بين أن $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} \left(1 - \sqrt{\frac{x}{x^2 + 4}}\right)$

بد ضع جدول التغيرات للدالة f

(4) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين السادس

f دالة بحيث: $f(x) = \frac{1}{2}x - 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

(1) حدد D_f احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) أدرس قابلية اشتقاق على يمين $x_0 = 0$

(4) أ. بين أن $f'(x) = \frac{(x+1)(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$

بد أنجز جدول تغيرات الدالة f

(5) أرسم المنحنى (C_f)