

الحالات التالية :

- (1) $f(x) = x^2 + 4x - 5$ و $x = -2$
- (2) $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$ و $x = -\frac{1}{2}$
- (3) $f(x) = \cos^2 x - \sin x$ و $x = \frac{\pi}{2}$
- (4) $f(x) = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2 - 2x}}$ و $x = 1$

مؤثر تماثل

نقول بان المستقيم $x = a$ محور تماثل للمنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطين :

$$(1) (\forall x \in D_f) \quad 2a - x \in D_f$$

$$(2) f(2a - x) = f(x)$$

أمثلة

بين أن المستقيم $x = a$ محور تماثل للمنحنى (C_f) في

الحالات التالية :

- (1) $f(x) = \frac{3x-2}{x+2}$ و $\Omega(-2;3)$
- (2) $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ و $\Omega(2,4)$
- (3) $f(x) = \cos x + \sin 2x$ و $\Omega(\frac{\pi}{2}, 0)$
- (4) $f(x) = x - 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ و $\Omega(0, -1)$

مركز تماثل

نقول بان النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تماثل للمنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطين :

$$(1) (\forall x \in D_f) \quad 2a - x \in D_f$$

$$(2) f(2a - x) = 2b - f(x)$$

أمثلة

بين أن النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تماثل للمنحنى (C_f) في

أمثلة

أدرس تقعر منحنى الدالة f في كل من الحالات التالية :

- (1) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$
- (2) $f(x) = x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}$
- (3) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$
- (4) $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ على $I = [0, \pi]$

تقعر المنحنى (C_f)

f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على I

- (1) إذا كان $f''(x) > 0$ ($\forall x \in I$) فإننا نقول بأن المنحنى (C_f) محدب على I
- (2) إذا كان $f''(x) < 0$ ($\forall x \in I$) فإننا نقول بأن المنحنى (C_f) مقعر على I
- (3) إذا كان $f''(a) = 0$ و $f''(x)$ تتغير إشارات بجوار a فإن النقطة $A(a, f(a))$ تسمى نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

المقارب

إذا كان $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$ فإننا نقول بأن المستقيم $y = b$ مقارب للمنحنى (C_f) عند ∞

أمثلة

أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ أو $-\infty$ في كل من الحالات التالية

$$(1) f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 4} \text{ عند } -\infty$$

$$(2) f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{(2x - 1)^3} \text{ عند } +\infty$$

$$(3) f(x) = \frac{2\sqrt{x+1} - 3}{3x + 2} \text{ عند } +\infty$$

$$(4) f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + x \text{ عند } -\infty$$

$$(5) f(x) = \frac{4x - 3}{x + \sqrt{x^2 - x}} \text{ عند } +\infty$$

الحالات التالية :

$$x = 2 \text{ و } f(x) = \frac{3x+2}{(x-2)^2} \quad (1)$$

$$x = -1 \text{ و } f(x) = \frac{2x}{x+1} \quad (2)$$

$$x = \sqrt{2} \text{ و } f(x) = \frac{x-3}{x^2-2} \quad (3)$$

المقارب $x = a$

إذا كان $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$ أو $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$

أو $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$ فإننا نقول بأن المستقيم $x = a$

مقارب للمنحنى (C_f)

أمثلة

بين أن المستقيم $x = a$ مقارب للمنحنى (C_f) في

(C_f) بجوار ∞ في كل من الحالات التالية :

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2}{(x+1)^2} \text{ و } y = 2x - 3 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 3}{x^2 + x + 1} \text{ و } y = x - 2 \quad (2)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + x \text{ و } y = 2x \text{ عند } +\infty \quad (3)$$

المقارب المائل

نقول بأن المستقيم $y = ax + b$ ، $a \neq 0$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار ∞ إذا كان :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$$

أمثلة

بين أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للمنحنى

$$f(x) = -x + 2 + \frac{3}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2} \text{ نضع } \quad (4)$$

أ. حدد الأعداد a ، b ، c بحيث يكون :

$$(\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}) f(x) = ax + b + \frac{cx}{(x-1)^2}$$

بد استنتج المقارب المائل للمنحنى (C_f)

خاصية 1

إذا كان $f(x) = ax + b + h(x)$ ، $a \neq 0$ ، و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 0$ فإن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار ∞

أمثلة

حدد معادلة المقارب المائل في كل من الحالات التالية :

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{\sqrt{x}}{2x+1} \quad (2)$$

التالية :

$$f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x+2} \text{ بجوار } -\infty \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} + x \text{ بجوار } +\infty \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + x - 1}{x^2 + 1} \text{ بجوار } +\infty \quad (3)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - x \text{ بجوار } -\infty \quad (4)$$

خاصية 2

إذا كان : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a \in \mathbb{R}^*$

و $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = b$ فإن لمستقيم $y = ax + b$

مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار ∞

أمثلة

حدد معادلة المقارب المائل للمنحنى (C_f) في الحالات

أمثلة

أرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) في الحالات التالية :

الفروع الشلجية

لتكن f دالة بحيث : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$$\begin{aligned} (1) \quad f(x) &= \frac{x^3 + x^2 - 1}{x - 2} \text{ بجوار } -\infty \\ (2) \quad f(x) &= x + 2 - \sqrt{x+1} \text{ بجوار } +\infty \\ (3) \quad f(x) &= \frac{x+2}{\sqrt{x-1}+3} \text{ بجوار } +\infty \\ (4) \quad f(x) &= (x+1)\sqrt{x-2} \text{ بجوار } +\infty \\ (5) \quad f(x) &= \frac{1}{2}x - 1 + \frac{2x}{\sqrt{1-x}} \text{ بجوار } -\infty \end{aligned}$$

☞ إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ فإن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأفاسيل

☞ إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ فإن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأراتيب

☞ إذا كان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a \in \mathbb{R}^*$ فإن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه المستقيم $y = ax$

تمرين رقم 1

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)^2}$

(1) حدد D_f وأحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

(3) بين أن $f'(x) = \frac{(x+1)(x^2 - 4x + 6)}{(x-1)^3}$

(4) ثم ضع جدول تغيرات الدالة

(5) أرسم المنحنى (C_f)

تمرين رقم 2

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$

(1) أ. حدد D_f وأحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f

ب. بين أن المستقيم $x = -1$ محور تماثل للمنحنى (C_f)

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

(3) أ. بين أن $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2 + 2x)^2}$

ب. ثم ضع جدول تغيرات الدالة

(4) أرسم المنحنى (C_f)

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{2(x-1)}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

(2) أحسب نهايات الدالة f

(3) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

(4) بين أن $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{2(x-1)^2}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) أرسم المنحنى C_f