



### 1. نتمم الجدول

$f\left(\frac{5}{2}\right)=2$	و	$f\left(\frac{5}{2}\right)=1$
$f'_d(0)=0$	و	$f(0)=1$
$f'_g(8)=-3$	و	$f'_d(8)=2$
$f(8)=-8$	و	
نسمي النقطة A التي أفصولها $x_0 = -8$ : نقطة مزواة		
f ليست قابلة للاشتقاق في 8		

### 02

1. أ) نحسب النهاية التالية :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x}$

لتكن الدالة f حيث  $f(x) = (x+1)^{2015}$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$

لدينا  $f(0) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) \quad \text{و منه}$$

$$f'(x) = \left[ (x+1)^{2015} \right]' = 2015(x+1)^{2014} \quad \text{نحدد } f'(x)$$

$$\text{إذن } f'(0) = 2015$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = 2015 \quad \text{خلاصة :}$$

ب) نحدد تقريب تألفي ل  $\sqrt{16.05}$  و  $(1.08)^3$

• لتكن  $g(x) = \sqrt{x}$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  دالتها المشتقة هي  $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\text{لدينا } g(16) = 4 \quad \text{و} \quad g'(16) = \frac{1}{8}$$

$$\text{و لدينا } \sqrt{16.05} = g(16.05) = g(16 + 0.05)$$

$$\text{إذن } \sqrt{16.05} = hg'(16) + g(16) = 4.00625 \quad (h = 0.05)$$

• لتكن  $l(x) = x^3$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  دالتها المشتقة هي  $l(x) = 3x^2$

$$\text{لدينا } l(1) = 1 \quad \text{و} \quad l'(1) = 3$$



$$(1.08)^3 = l(1.08) = l(1 + 0.08) \quad \text{و لدينا}$$

$$(h = 0.08) \quad (1.08)^3 = hl'(1) + l(1) = 1.24 \quad \text{إذن}$$

$$\text{خلاصة : } \sqrt{16.05} \approx 4.00625 \quad \text{و} \quad (1.08)^3 \approx 1.24$$

.08

1. أ) لدينا

$$f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \quad ; x \leq 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} - \frac{9}{2}}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x(x - 2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{2}x$$

$$= -1 \in \mathbb{R}$$

خلاصة : العدد المشتق للدالة f في  $x_0 = 2$  هو  $f'(2) = -1$

ب) الدالة المقاربة ل f في 2 هي :

$$v : 2 + h \rightarrow hf'(2) + f(2)$$

ج) نستنتج قيمة مقربة ل  $f(1.999)$

لدينا

$$f(1.999) = f(2 - 10^{-3}) \quad (h = -10^{-3})$$

$$f(2 - 10^{-3}) \approx -10^{-3}f'(2) + f(2) \quad \left( f(2) = \frac{3}{2} ; f'(2) = -1 \right)$$

$$f(1.999) \approx 4.501$$

$$f(1.999) = 4.500999 \quad \text{بالآلة الحاسبة}$$

$$\text{خلاصة : } f(1.999) \approx 4.501$$

2. ندرس قابلية الاشتقاق في 3.

• على يمين 3

$$f(x) = \frac{x}{x - 2} \quad ; x > 3$$



$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\frac{x}{x-2} - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3x + 6}{(x-3)(x-2)} = -2 \in \mathbb{R}$$

إذن  $f$  قابلة للاشتقاق على يمين 3 و  $f'_d(3) = -2$

• على يسار 3

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} \quad ; \quad x \leq 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} - 3}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 + 2x + 9}{2(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x-1}{2} \\ &= -2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

إذن  $f$  قابلة للاشتقاق على يسار 3 و  $f'_g(3) = -2$

**خلاصة :  $f$  قابلة للاشتقاق في 3 لأن  $f'_d(3) = f'_g(3) = -2$**

**(ب) نحدد معادلة ديكارتية للمماس لمنحنى  $f$  في  $x_0 = 3$  لدينا :**

$$\begin{aligned} y &= (x - x_0)f'(x) + f(x) \\ &= (x - 3)(-2) + 3 \\ &= -2x + 9 \end{aligned}$$

**خلاصة :  $(T) : 2x + y - 9 = 0$**



$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[ x^3 + \frac{3}{7}x^2 - 4 \right]' \\ &= 3x^2 - \frac{6}{7}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= [x(2x - 6)]' \\ &= [2x^2 - 6x]' \\ &= 4x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[ \frac{2x+3}{x-3} \right]' \\ &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}{(x-3)^2} = \frac{-9}{(x-3)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[ 2x - \frac{5}{x^2+3} \right]' \\ &= 2 + \frac{10x}{(x^2+3)^2} \end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[ \sqrt{x^2+1} \right]' \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[ \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right]' \\ &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1) - \sqrt{x}}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1) - 2x}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \\ &= \frac{-(x+1)}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[ \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} \right]' \\ &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}} \\ &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{(x+3)^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[ \sqrt{x}(x^4 + 3x) \right]' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^4 + 3x) + (4x^3 + 3)\sqrt{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[ (3x+2)^4 \right]' \\ &= 12(3x+2)^3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= [\tan 2x]' \\ &= 2 + 2 \tan^2 2x \\ \bullet f'(x) &= \left[ 5 \sin 3x + 2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) \right]' \\ &= 15 \cos 3x - 4 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \\ \bullet f'(x) &= [\cos^2 x]' \\ &= -2 \cos x \sin x \\ &= -2 \sin 2x \end{aligned}$$

05

1. نحدد  $f'(x)$  ثم تغيرات  $f$

لدينا :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$\Delta = 144 - 108 = 36$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	○	+
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$

2.

- $f$  تقبل قيمة قصوى نسبية على  $]-\infty; 3]$  في  $x = 1$
  - $f$  لا تقبل مطارف مطلقة على  $\mathbb{R}$
  - معادلة المماس لمنحنى  $f$  في  $x = 1$  :
- بما أن  $f$  قابلة للاشتقاق في  $x = 1$  و  $f'(1) = 0$  فإن المماس (T) يوازي محور الأفصيل

$$(T): y = f(1) = 5$$

خلاصة :  $(T): y = 5$

06

1. نحل المعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$



لدينا  $\omega = 2$  إذن المعادلة تكتب  $y'' + \omega^2 y = 0$

تقبل كل الدوال التي على الشكل التالي مجموعة حلول هي :

$$y = \alpha \cos 2x + \beta \sin 2x \quad (\text{مع } \alpha \text{ و } \beta \text{ من } \mathbb{R})$$

2. نحدد الدالة  $f$  التي تحقق  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  و  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

$$\begin{cases} \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{4} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{4} = 0 \\ \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{2} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \times 0 + \beta \times 1 = 0 \\ \alpha \times (-1) + \beta \times 0 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

خلاصة : الدالة  $f$  هي  $f(x) = y = -\cos 2x$

1. نحدد السرعة التي من أجلها يكون استهلاك العربة دنويا :

• من أجل ذلك نحسب  $C'$  على  $[10;130]$

$$C'(v) = \left[ 0.06 \times v + \frac{150}{v} \right]' = 0.06 - \frac{150}{v^2} = \frac{0.06 \times v^2 - 150}{v^2} = \frac{0.06(v - 50)(v + 50)}{v^2}$$

• ندرس إشارة  $C'$  : إشارة  $C'$  هي إشارة البسط

$v$	10	50	130
$C'$	-	0	+
$C$		6	

خلاصة : السرعة التي يكون فيها استهلاك العربة دنوي هي  $50 \text{ km/h}$