

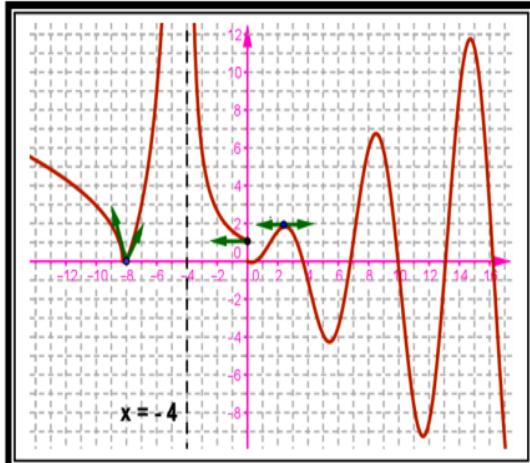
10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتراق

الصفحة



.01 .١. نتم الجدول

$$f\left(\frac{5}{2}\right)=2 \quad \text{و} \quad f\left(\frac{5}{2}\right)=1$$

$$f_d'(0)=0 \quad \text{و} \quad f(0)=1$$

$$f_g'(8)=-3 \quad \text{و} \quad f_d'(8)=2 \quad \text{و} \quad f(8)=-8$$

نسمي النقطة A التي أقصولها $x_0 = -8$: نقطة مزاوة

f ليست قابلة للاشتراق في 8

.02 .٢.

$$1. (أ) \text{حسب النهاية التالية: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x}$$

لتكن الدالة f حيث $f(x) = (x+1)^{2015}$ قابلة للاشتراق على \mathbb{R}

$$\text{لدينا } f(0) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 1} = f'(0) \quad \text{و منه}$$

$$f'(x) = [(x+1)^{2015}]' = 2015(x+1)^{2014} \quad f'(x) \quad \text{نحدد}$$

$$\text{إذن } f'(0) = 2015$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = 2015 \quad \text{خلاصة:}$$

(ب) نحدد تقریب تالفی ل $\sqrt{16.05}$ و $3^{\sqrt{16.05}}$

• لتكن $g(x) = \sqrt{x}$ قابلة للاشتراق على $[0; +\infty)$ دالتها المشتقه هي

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{و} \quad g(16) = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$\sqrt{16.05} = g(16.05) = g(16 + 0.05) \quad \text{و لدينا}$$

$$(h = 0.05) \quad \sqrt{16.05} = hg'(16) + g(16) = 4.00625 \quad \text{إذن}$$

• لتكن $l(x) = x^3$ قابلة للاشتراق على \mathbb{R} دالتها المشتقه هي

$$l'(x) = 3x^2 \quad \text{و} \quad l(1) = 1 \quad \text{لدينا}$$

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$(1.08)^3 = l(1.08) = l(1+0.08) \quad \text{و لدينا}$$

$$(h = 0.08) \quad (1.08)^3 = hl'(1) + l(1) = 1.24 \quad \text{اذن}$$

$$(1.08)^3 \approx 1.24 \quad \text{و} \quad \sqrt{16.05} \approx 4.00625 \quad \text{خلاصة :}$$

.03

1. لدينا

$$f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \quad ; \quad x \leq 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} - \frac{9}{2}}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x(x - 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{2}x \\ &= -1 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

خلاصة : العدد المشتق للدالة f في $x_0 = 2$ هو -1

(ب) الدالة المقاربة ل f في 2 هي :

$$v : 2 + h \rightarrow hf'(2) + f(2)$$

(ج) نستنتج قيمة مقربة ل $f(1.999)$

لدينا

$$f(1.999) = f(2 - 10^{-3}) \quad (h = -10^{-3})$$

$$f(2 - 10^{-3}) \approx -10^{-3}f'(2) + f(2) \quad \left(f(2) = \frac{3}{2}; f'(2) = -1 \right)$$

$$f(1.999) \approx 4.501$$

بالآلة الحاسبة

$$f(1.999) = 4.500999$$

$$f(1.999) = 4.501$$

2. ندرس قابلية الاشتتقاق في 3.

• على يمين 3

$$f(x) = \frac{x}{x - 2} \quad ; \quad x > 3$$

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\frac{x}{x-2} - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3x + 6}{(x-3)(x-2)} = -2 \in \mathbb{R}$$

إذن f قابلة للاشتتقاق على يمين 3 و $-2 = f_d'(3)$

• على يسار 3

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} ; \quad x \leq 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} - 3}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 + 2x + 9}{2(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x-1}{2} \\ &= -2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

إذن f قابلة للاشتتقاق على يسار 3 $-2 = f_g'(3)$

خلاصة : f قابلة للاشتتقاق في 3 لأن $-2 = f_d'(3) = f_g'(3)$

ب) نحدد معادلة ديكارتية للمماس لمنحنى f في $x_0 = 3$

لدينا :

$$\begin{aligned} y &= (x - x_0)f'(x) + f(x) \\ &= (x - 3)(-2) + 3 \\ &= -2x + 9 \end{aligned}$$

خلاصة : $(T) : 2x + y - 9 = 0$

.04

حسب الدالة المشتقة f'

.1

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$\bullet f'(x) = \left[x^3 + \frac{3}{7}x^2 - 4 \right]' \\ = 3x^2 - \frac{6}{7}x$$

$$\bullet f'(x) = [x(2x-6)]' \\ = [2x^2 - 6x]' \\ = 4x - 6$$

$$\bullet f'(x) = \left[\frac{2x+3}{x-3} \right]' \\ = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}{(x-3)^2} = \frac{-9}{(x-3)^2}$$

$$\bullet f'(x) = \left[2x - \frac{5}{x^2+3} \right]' \\ = 2 + \frac{10x}{(x^2+3)^2}$$

.2

$$\bullet f'(x) = [\sqrt{x^2+1}]' \\ = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[\frac{\sqrt{x}}{x-1} \right]' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1) - \sqrt{x} \\ &= \frac{(x-1) - 2x}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \\ &= \frac{-(x+1)}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} \right]' \\ &= \frac{|2 & -1|}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}} \\ &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{(x+3)^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[\sqrt{x}(x^4 + 3x) \right]' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^4 + 3x) + (4x^3 + 3)\sqrt{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[(3x+2)^4 \right]' \\ &= 12(3x+2)^3 \end{aligned}$$

.3

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$\bullet f'(x) = [\tan 2x]' \\ = 2 + 2 \tan^2 2x$$

$$\bullet f'(x) = \left[5 \sin 3x + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \right]' \\ = 15 \cos 3x - 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\bullet f'(x) = [\cos^2 x]' \\ = -2 \cos x \sin x \\ = -2 \sin 2x$$

.05

1. نحدد $f'(x)$ ثم تغيرات f
لدينا :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$\Delta = 144 - 108 = 36$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	+	○	-	○	+	
$f(x)$	\rightarrow	5	\rightarrow	1	\rightarrow	$+\infty$

2

- f تقبل قيمة قصوى نسبية على $[-\infty; 3]$ في $x=1$
- f لا تقبل مطارات مطلقة على \mathbb{R}
- معادلة المماس لمنحنى f في $x=1$: $x=1$
- بما أن f قابلة للاشتتقاق في $x=1$ و $f'(1)=0$ فأن المماس (T) يوازي محور الأفاصيل

$$(T) : y = f(1) = 5$$

خلاصة : $(T) : y = 5$

.06

1. نحل المعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 0$

10

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: ١ علوم رياضية

سلسلة رقم

تصحيح تمارين : الاشتتقاق

الصفحة



$$\text{لدينا } 2 = \omega \text{ إذن المعادلة تكتب } y'' + \omega^2 y = 0$$

تقبل كل الدوال التي على الشكل التالي مجموعة حلول هي :
 (مع α و β من \mathbb{R}) $y = \alpha \cos 2x + \beta \sin 2x$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \text{ و } f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad .2.$$

$$\begin{cases} \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{4} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{4} = 0 \\ \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{2} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \times 0 + \beta \times 1 = 0 \\ \alpha \times (-1) + \beta \times 0 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

خلاصة : الدالة f هي $y = -\cos 2x$

.07

1. نحدد السرعة التي من أجلها يكون استهلاك العربة دنويا :

- من أجل ذلك نحسب C على $[10; 130]$

$$C(v) = \left[0.06 \times v + \frac{150}{v} \right] = 0.06 - \frac{150}{v^2} = \frac{0.06 \times v^2 - 150}{v^2} = \frac{0.06(v-50)(v+50)}{v^2}$$

إشارة C هي إشارة البسط • ندرس إشارة C :

v	10	50	130
C	-		+
C	↗		

خلاصة : السرعة التي يكون فيها استهلاك العربة دنويا هي 50 km/h