

التمرين 1:

باستعمال التعريف، بين أن :

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x + 1}{x} = +\infty \quad 3. \\ \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x) = 10 \quad 1. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} = +\infty \quad 4. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2} = 0 \quad 2. \end{array}$$

التمرين 2:

أحسب النهايات التالية:

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x}{x-1} \quad 6. \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x}{x-1} \quad 7. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - |x|) \quad 8. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - |x|) \quad 9. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) \quad 10. \\ \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1} - 1) \quad 1. \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} \quad 2. \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| + x}{|x| + 2x} \quad 3. \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + x}{|x| + 2x} \quad 4. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2 + 5x - 6} \quad 5. \end{array}$$

التمرين 3:

1. لتكن f دالة عددية معرفة على $I = [B, +\infty[$ حيث

$$B \in \mathbb{R}_+^* \text{ و } l \in \mathbb{R}.$$

بين أن :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l \\ (\forall x \in I) : f(x) \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow l \geq 0$$

2. لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على

$$I = [B, +\infty[\text{ حيث } B \in \mathbb{R}_+^* \text{ و } l \in \mathbb{R} \text{ و } l' \in \mathbb{R}$$

بين أن :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = l' \\ (\forall x \in I) : f(x) \geq g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow l \geq l'$$

التمرين 4:

لتكن f دالة عددية معرفة بجوار $+\infty$.

بين باستعمال التعريف أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{f(x)} = +\infty \quad 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l > 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{f(x)} = \sqrt{l} \quad 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{|f(x)|} = 0 \quad 3.$$

التمرين 5:

أحسب النهايات التالية:

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos(2x)}{\sin x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8x)}{3x^2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(4x)}{16x} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1} \end{array}$$

التمرين 6:

حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة العددية f ، ثم أحسب نهاياتها بجوار $+\infty$ و $-\infty$ و كل نقطة a من المجموعة $\mathbb{R} - D_f$ في الحالات التالية:

$$\begin{array}{l} f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x^2 - 4} \quad 1. \\ f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x^2 + x - 2} \quad 2. \\ f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{(x+1)x^2} \quad 4. \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+8} - 3}{\sqrt{x+1} - 1} \quad 5. \\ f(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \quad 3. \end{array}$$

التمرين 7:

أحسب نهاية f عند النقطة a في الحالات التالية:

$$\begin{array}{l} a = 0 \text{ و } f(x) = \frac{\sin(9x)}{\sin(15x)} \quad 1. \\ a = 0 \text{ و } f(x) = \frac{2 \tan x + \sin x}{\tan x - \sin x} \quad 2. \\ a = 0 \text{ و } f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad 3. \\ a = \frac{\pi}{4} \text{ و } f(x) = \frac{\tan x - 1}{1 - \sqrt{2} \sin x} \quad 4. \\ a = \frac{\pi}{6} \text{ و } f(x) = \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\sqrt{3} \cos(2x) - \sin(2x)} \quad 5. \\ a = \frac{\pi}{4} \text{ و } f(x) = \frac{\sin(2x)}{1 - \sqrt{2} \sin x} \quad 6. \end{array}$$

التمرين 8:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ

$$f(x) = \frac{mx^2 - 3x + 2m}{(x-1)(x-m)}$$

ناقش بحسب m ، نهايات f بجوار $+\infty$ و $-\infty$ و على يمين و يسار كل من 1 و m .