

التمرين 1

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = 1$

2- ليكن m و n عددين من $\mathbb{N}^*$. ادرس $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^m} - \sqrt{1-x^n}}{x^n}$.

3- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\sqrt{1+x+x^2} - 1) = \frac{1}{2}$

التمرين 2

أحسب النهايات التالية :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2|x|}{x}$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3|x|}{|x|}$; c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} xE\left(\frac{1}{x}\right)$; f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 + \sin \frac{1}{x}}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - 2$; h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - x} + x$; i) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}}$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{\sqrt{2-x}}$; k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x+1} - 2\sqrt{x-1}$; l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 3x + 1}}{x}$

التمرين 3

ليكن b عددا حقيقيا ونعتبر الدالة العددية f حيث :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + x^2 + b ; & x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^4 + x - 2}{x-1} ; & x < 1 \end{cases}$$

1- حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- حدد النهاية $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

3- ماهي قيمة b التي من أجلها تقبل الدالة f نهاية في 1؟

التمرين 4

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 2x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{6}}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$