

٥ أحسب الحد العام a_n بدلالة n ثم استنتج V_n بدلالة n

٦ أحسب الجمع $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

تمرين رقم 6

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{U_n + 6} \text{ و } U_0 = -2$$

(1) بين بالترجع أن $-3 < U_n < -1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(2) ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$(3) \text{ نضع } V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$$

أ. بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n

$$\text{ب. استنتج أن } U_n = -\frac{5^n + 3^{n+1}}{5^n + 3^n}$$

ج. أحسب بدلالة n الجمع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

تمرين رقم 7

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n \text{ و } U_0 = 12 ; U_1 = \frac{11}{2}$$

$$\text{أحسب } U_2 ; U_3$$

نضع $W_n = 3U_{n+1} - U_n$ بين أن $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية

هندسية محددا أساسها ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n

$$\text{بين أن } U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

نضع $V_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية

وحدد V_n بدلالة n استنتج U_n بدلالة n

تمرين رقم 8

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية معرفة ب: $U_0 = 1$

$$\text{و } U_{n+1} = \frac{1}{4}(2U_n + n + 2) \text{ ونضع } V_n = 2U_n - n$$

$$\leftarrow \text{أحسب } U_1 ; V_0 ; V_1$$

$\leftarrow$ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها q

$\leftarrow$ أحسب الحد العام V_n بدلالة n

$\leftarrow$ استنتج U_n بدلالة n

تمرين رقم 1

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي :

$$U_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 + n + 2}$$

بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$ ومصغورة ب $\frac{2}{5}$

تمرين رقم 2

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي :

$$U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$$

أ. ليكن k عدد طبيعي بحيث $1 \leq k \leq n$

$$\text{قارن } \frac{1}{n+n} \text{ و } \frac{1}{n+k}$$

ب. استنتج أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ مصغورة بالعدد $\frac{1}{2}$

تمرين رقم 3

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2$

(1) أحسب الحدين $U_1 ; U_2$

(2) بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ مكبورة بالعدد 4

(3) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

تمرين رقم 4

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب: $U_0 = \frac{3}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n}{U_n + 1}$

(1) أحسب الحدين $U_1 ; U_2$

(2) بين أن $U_n > 1$: ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(3) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

تمرين رقم 5

لتكن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية معرفة ب:

$$a_n = \frac{1}{V_n - 3} \text{ ونضع } V_{n+1} = \frac{9}{6 - V_n}, V_1 = -1$$

① أحسب $a_1 ; a_2 ; V_2$

② بين أن $V_n < 3$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

③ أدرس رتابة المتتالية $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

④ بين أن $(a_n)_{n \geq 1}$ متتالية حسابية محددا أساسها