

التمرين الخامس

$$\begin{cases} U_0 = \frac{31}{5} \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2 + 5U_n + 10}{3(U_n - 1)} \end{cases}$$

نعتبر المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث:

(1) أثبت أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \geq 5$

(2) بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية

(3) بين أن $\frac{1}{10}(U_n - 5) \leq U_{n+1} - 5$ لكل n من \mathbb{N}

و استنتج أن $\frac{6}{5}U_n - 5 \leq \frac{1}{10}(U_n - 5)$ لكل n من \mathbb{N}

(4) حدد نهاية المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

التمرين السادس

متاليتان معرفتان بما يلي :

$$\begin{cases} V_0 = 12 \\ V_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{4} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3} \end{cases}$$

ونضع $T_n = 3U_n + 8V_n$; $W_n = V_n - U_n$

(1) بين أن $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية و أحسب W_n بدلالة n

(2) بين أن $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ثابتة محددا قيمتها

(3) استنتج مما سبق V_n ; U_n بدلالة n

التمرين السابع

متالية عدديّة معرفة بما يلي:

$$x_n = U_{n+1} - kU_n \quad \text{و نضع} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+2} = 4U_{n+1} - 4U_n \end{cases}$$

(1) حدد k بحيث تكون $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية و حدد أساسها

(2) نفترض أن $k = 2$

أ- بين أن $U_{n+1} = 2U_n + (3 \times 2^n)$

ب- نضع $W_n = 2^n U_n$ بين أن $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية حسابية

ج- حدد U_n بدلالة n

التمرين الثامن

متالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n = \frac{n^2 + n}{3}$$

أحسب U_0 ; U_1 ; U_n بدلالة n

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية حسابية أساسها $0 \neq r$ و $U_0 = 2$

و بحيث $U_{13} ; U_3 ; U_1$ حدود متتابعة لمتالية هندسية

بين أن $r = -4$ و أحسب الجمع $U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$

التمرين الأول

$$U_{n+1} = \frac{U_n}{3^n U_n + 3} \quad \text{حيث: } U_0 = 1 \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad V_n = \frac{1}{3^n U_n}$$

Ⓐ أحسب U_1 و V_1 ;

Ⓑ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية ثم أحسب V_n بدلالة n

$$U_n = \frac{1}{3^{n-1} (n+3)}$$

التمرين الثاني

$$3U_{n+1} = 2U_n + n + 3 \quad \text{حيث: } U_0 = 1$$

و لتكن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية بحيث :

i. بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول

$$U_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + n \quad .ii$$

$$U_0 + U_1 + \dots + U_{99} = 4953 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{100} \quad .iii$$

التمرين الثالث

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{5}(U_n - 4n - 1) \end{cases} \quad \text{حيث: } (U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

و نضع $V_n = U_n + n - 1$ لكل n من \mathbb{N}

$$q = \frac{1}{5} \quad \text{أ- بين أن } (V_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متالية هندسية أساسها}$$

ب- أحسب V_n و U_n بدلالة n

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$$

$$T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n \quad (2) \quad \text{نضع}$$

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n \quad \text{و}$$

$$S_n = T_n - \frac{(n-2)(n+1)}{2} \quad \text{و} \quad T_n = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right) \quad \text{بين أن}$$

التمرين الرابع

$$\begin{cases} 25U_{n+2} = 10U_{n+1} - U_n \\ U_0 = 0 \quad ; \quad U_1 = 1 \end{cases} \quad \text{متالية بحيث: } (U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

$$n \in \mathbb{N} \quad W_n = 5^n U_n \quad V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n \quad \text{حيث}$$

$$(1) \quad \text{بين أن } (V_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متالية هندسية و } (W_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متالية حسابية}$$

(2) حدد الحد العام U_n بدلالة n

$$(3) \quad \text{أ- بين أن } \left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right) 0 \leq U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$$

$$\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right) 0 \leq U_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} \quad \text{ب- استنتج أن}$$