

التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$U_0 = 2 \text{ و } U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 1}$$

(1) بين أن $U_n \geq \sqrt{2}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(2) أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

نضع $W_n = U_n^2 - 2$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية

$$\text{واستنتج أن } U_n = \sqrt{2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي :

$$U_{n+1} = \frac{nU_n + 1}{n+1} \text{ و } U_1 = \frac{1}{2}$$

(1) بين أن : $U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

(2) نضع $V_n = nU_n$

أ. بين أن $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية أحسب U_n بدلالة n

ب. أحسب الجمع :

$$S = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \dots + nU_n \text{ بدلالة } n$$

التمرين الثالث

$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي :

$$U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n \text{ و } U_0 = 2$$

♦ أحسب U_1 و U_2

$$\text{♦ نضع } V_n = U_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

أ. بين أن $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

ب. أحسب U_n بدلالة n

♦ أحسب الجمع $T = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

التمرين الرابع

$$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$
 متتالية بحيث : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{4 + 2U_n^2}}$

(1) بين أن $0 < U_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(2) أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(3) نضع $V_n = \frac{4}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية

أحسب V_n بدلالة n

$$(4) \text{ استنتج أن } U_n = \frac{2}{\sqrt{2n+16}}$$

$$\text{و أحسب } S = \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_1^2} + \dots + \frac{1}{U_n^2}$$

التمرين الخامس

$(U_n)_n$; $(V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي :

$$\begin{cases} V_0 = 12 \\ V_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{4} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3} \end{cases}$$

ونضع $T_n = 3U_n + 8V_n$; $W_n = V_n - U_n$

(1) بين $(W_n)_n$ متتالية هندسية وأحسب W_n بدلالة n

(2) بين أن $(T_n)_n$ متتالية ثابتة محددًا قيمتها

(3) استنتج مما سبق U_n ; V_n بدلالة n

التمرين السادس

$$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$
 متتالية بحيث : $U_0 = 2$; $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n$

ونضع $V_n = U_n - 4n + 8$

(1) أحسب U_1 وبين بالترجع أن $U_n \geq n$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

(2) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددًا أساسها

(3) أحسب U_n بدلالة n

(4) أحسب $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ بدلالة n ثم استنتج

$$T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} \text{ بدلالة } n$$

التمرين السابع

👉 لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r \neq 0$ و

$U_0 = 2$ وبحيث U_1 ; U_3 ; U_{13} حدود متتابعة لمتتالية هندسية

بين أن $r = -4$ وأحسب الجمع $U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$

👉 $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r موجب وبحيث :

$$\begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 = 15 \\ U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 = 107 \end{cases} \text{ أحسب } U_1 \text{ وحدد الأساس } r$$

ثم أحسب الجمع $S = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ بدلالة n

👉 لتكن $(V_n)_n$ متتالية هندسية بحيث :

$$\begin{cases} V_0 V_1 V_2 = 8 \\ V_0 + V_1 + V_2 = 7 \end{cases}$$

بين أن $V_1 = 2$ واستنتج أن $q = 2$ أو $q = \frac{1}{2}$

👉 $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ 6U_{n+2} = 7U_{n+1} - 2U_n \end{cases} \text{ ونضع } x_n = U_{n+1} - kU_n$$

(1) حدد k بحيث تكون $(x_n)_n$ متتالية هندسية و

حدد أساسها

حدد U_n بدلالة n